

Valeur absolue et distance

Ce qu'évalue le contrôle : valeur absolue et distance

L'essentiel du sujet

- Niveau **seconde**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Nombres réels, intervalles et valeur absolue (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Interpréter la valeur absolue d'une différence comme une distance sur la droite réelle
- Résoudre une équation du type $|x - a| = r$ en utilisant la distance
- Traduire une inégalité du type $|x - a| \leq r$ par un intervalle, et réciproquement
- Encadrer un réel, l'arrondir et contrôler l'erreur commise avec une valeur absolue
- Modéliser une tolérance de fabrication par une condition sur une valeur absolue

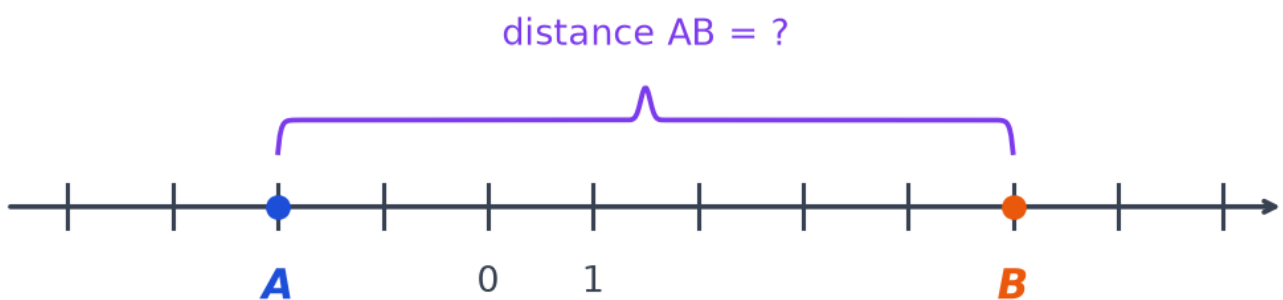
Avant de commencer

Pour chaque valeur absolue, commence par lire $|x - a|$ à voix haute comme « la **distance entre x et a** ». Place ensuite le centre sur une droite graduée, puis reporte le rayon de chaque côté. Attention au piège de $|x + 1|$: il s'écrit $|x - (-1)|$, donc le centre est -1 . Enfin, vérifie tes solutions en remplaçant x par une valeur, et soigne les **crochets** ouverts ou fermés.

Le sujet du contrôle : valeur absolue et distance

Exercice 1 - Deux points sur la droite réelle (4 points)

Sur la droite graduée ci-dessous, l'unité est donnée par les points d'abscisses 0 et 1.



1. Lis d'abord les abscisses des points A et B, puis calcule la distance AB à l'aide d'une valeur absolue. (1 point)
2. Ensuite, sans calculatrice, donne la valeur de $|-7|$, de $|3-8|$ et de $|2-\pi|$. (1,5 point)
3. Traduis l'égalité $|x-5|=3$ par une phrase qui utilise le mot « distance » et le point B, puis trouve tous les réels x qui la vérifient. (1,5 point)

Exercice 2 - Équations et inéquations avec une distance (5 points)

Pour chaque question, interprète la valeur absolue comme une distance, puis donne l'ensemble des solutions. Un schéma sur une droite graduée est conseillé, car il évite les erreurs de crochets.

1. Tout d'abord, résous l'équation $|x-3|=2$. (1 point)

2. Résous ensuite l'inéquation $|x+1| \leq 4$ et donne le résultat sous forme d'intervalle. (1,5 point)
3. Détermine aussi les réels x tels que $|x-2| > 1$, sous forme d'une réunion d'intervalles. (1,5 point)
4. Enfin, montre que $|2x-6| = 2|x-3|$, puis déduis-en les solutions de $|2x-6| = 4$. (1 point)

Exercice 3 - Du centre et du rayon à l'intervalle (4 points)

Un intervalle borné peut aussi se décrire par son centre et son rayon. Ainsi, l'intervalle $[1;7]$ est l'ensemble des réels x tels que $|x-4| \leq 3$.



1. Écris la condition $x \in [4,5;7,5]$ sous la forme $|x-c| \leq r$. (1 point)
2. Procède de même pour $x \in]-2;8[$, avec cette fois une inégalité stricte. (1 point)
3. L'intervalle colorié en vert sur la droite ci-dessus est fermé. Traduis alors l'appartenance de x à cet intervalle par une inégalité avec une valeur absolue. (1 point)
4. Enfin, le réel $1,52$ vérifie-t-il l'inégalité $|x-1| < 0,5$? Justifie ta réponse. (1 point)

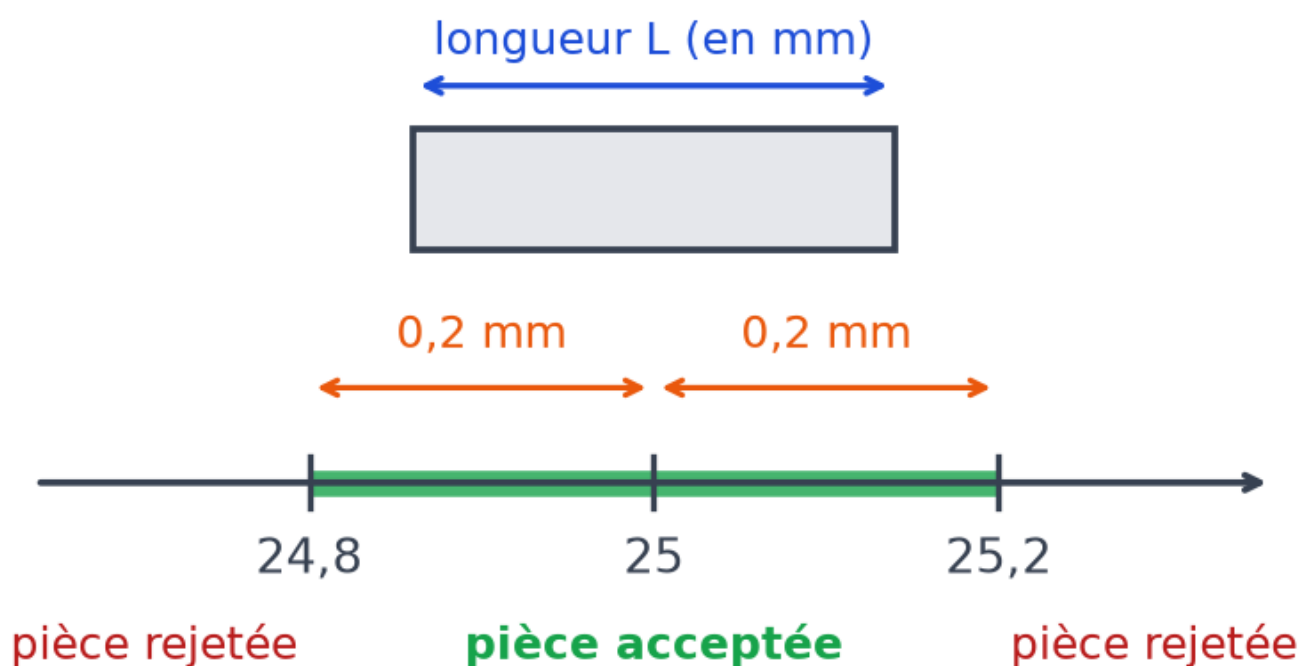
Exercice 4 - Encadrer et arrondir la racine de 2 (3 points)

On admet l'encadrement suivant : $1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$.

1. D'abord, donne l'arrondi de $\sqrt{2}$ au centième. (0,5 point)
2. Démonstre ensuite que $|\sqrt{2}-1,41|<0,01$. (1 point)
3. Dédus alors de l'encadrement un encadrement de $3\sqrt{2}$, puis son arrondi au centième. (1 point)
4. Pour finir, encadre le nombre $5-\sqrt{2}$. (0,5 point)

Exercice 5 - La tolérance de l'atelier (4 points)

L'atelier de Mme Ferrand fabrique des axes métalliques qui doivent mesurer 25 mm à 0,2 mm près. Autrement dit, une pièce de longueur L (en mm) est acceptée lorsque $|L-25| \leq 0,2$.



1. Tout d'abord, traduis la condition d'acceptation par un intervalle auquel L doit appartenir. (1 point)
2. Inès, la contrôleuse, mesure cinq pièces. Indique, pour chacune, si elle est acceptée ou rejetée, en calculant son écart à 25 mm.

Pièce	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
-------	------	------	------	------	------

Longueur (mm)	24,85	25,21	24,79	25,2	25,03
---------------	-------	-------	-------	------	-------

(1,5 point)

3. Pour une commande de précision, seules les pièces dont la longueur appartient à $[24,9;25,1]$ sont gardées. Écris cette nouvelle condition avec une valeur absolue. (0,5 point)
4. Enfin, décris l'ensemble des longueurs rejetées par la première condition sous la forme d'une réunion d'intervalles. (1 point)



Réviser valeur absolue et distance avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, entraîne-toi sur la fiche intervalles et valeur absolue avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en seconde** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Intervalles et ensembles de nombres : contrôle de maths en seconde
- Identités remarquables et factorisation : contrôle de maths en seconde
- Puissances et racines carrées : contrôle de maths en seconde