

Variance, écart type et jeux de hasard

Ce qu'évalue le contrôle : variance, écart type et jeux de hasard

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30 minutes**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Variables aléatoires (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer la variance d'une variable aléatoire par la définition puis par la formule de König-Huygens
- Déterminer l'espérance, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire de la forme $aX + b$
- Choisir la mise qui rend un jeu de hasard équitable à l'aide de l'espérance du gain
- Comparer deux variables aléatoires de même espérance grâce à leur écart type
- Compléter une fonction Python qui simule un jeu et interpréter la moyenne obtenue

Avant de commencer

Commence toujours par écrire la **loi de probabilité** dans un tableau, puis vérifie que la somme

des probabilités vaut 1. Calcule ensuite l'espérance avant la variance, car la formule de König-Huygens en a besoin. Attention au carré : $E(X)^2$ n'est pas $E(X^2)$. Pour $aX+b$, souviens-toi que **b ne change pas la variance** et que a y apparaît au carré. Enfin, relie chaque résultat au jeu par une phrase.

Le sujet du contrôle : variance, écart type et jeux de hasard

Exercice 1 - Une loi à étudier en détail (4 points)

Une variable aléatoire X prend les valeurs -2 , 0 , 1 et 4 . Sa loi de probabilité est donnée dans le tableau suivant.

x_i	-2	0	1	4
$P(X = x_i)$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,1$

1. Calcule d'abord l'espérance $E(X)$. (1 point)
2. Détermine ensuite la variance $V(X)$ en utilisant sa définition, c'est-à-dire la moyenne pondérée des carrés des écarts à l'espérance. (1 point)
3. Retrouve ce résultat avec la formule de König-Huygens $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. (1 point)
4. Donne enfin l'écart type $\sigma(X)$, arrondi au centième. (1 point)

Exercice 2 - Le bénéfice du stand de crêpes (3 points)

Lors d'un marché nocturne, Timéo tient un stand de crêpes. Le nombre X de crêpes vendues en une heure est une variable aléatoire d'espérance $E(X) = 12$ et de variance $V(X) = 9$. Chaque crêpe lui rapporte 3 € de bénéfice, mais la location du stand lui coûte 5 € par heure.

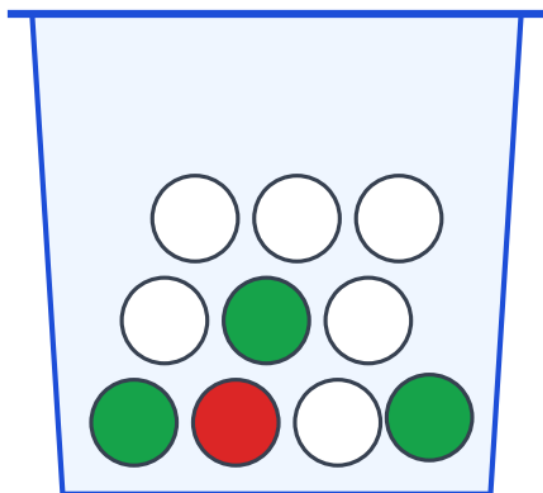
Ainsi, son bénéfice horaire, en euros, est $B = 3X - 5$.

1. Calcule l'espérance $E(B)$, puis interprète ce nombre. (1 point)
2. Détermine la variance $V(B)$, puis l'écart type $\sigma(B)$. (1 point)
3. L'année suivante, la location passe à 8 € par heure, alors que le reste ne change pas. L'écart type du bénéfice horaire est-il modifié ? Justifie. (1 point)

Exercice 3 - La mise de la kermesse (5 points)

À la kermesse du lycée, Salomé organise un jeu. Le joueur paie d'abord une mise de m euros, puis il tire au hasard une boule dans une urne. Selon la couleur de la boule, il reçoit la somme indiquée ci-dessous.

10 boules indiscernables au toucher



Somme reçue selon la boule tirée		
	1 boule rouge	20 €
	3 boules vertes	5 €
	6 boules blanches	0 €

On note G le gain algébrique du joueur, en euros, c'est-à-dire la somme reçue diminuée de la mise.

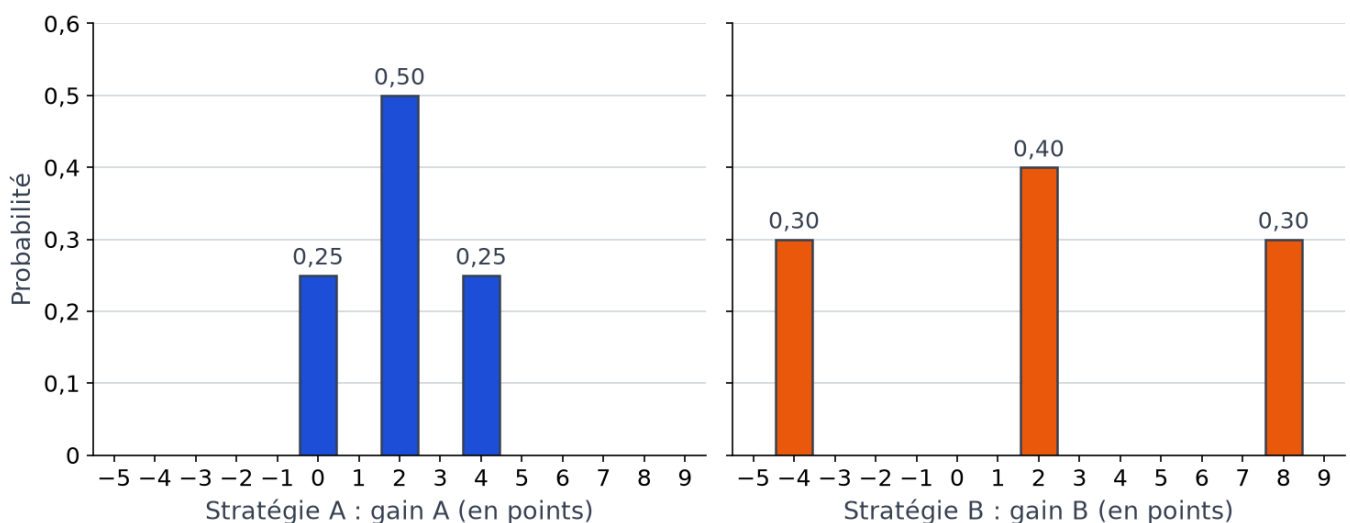
1. Dans cette question, la mise vaut 4 €. Donne la loi de probabilité de G , puis calcule $E(G)$. Le jeu est-il favorable au joueur ? (1,5 point)
2. Dans le cas général, exprime $E(G)$ en fonction de m . Déduis-en la mise qui rend le jeu

équitable. (1,5 point)

3. Pour cette mise équitable, calcule la variance de G , puis son écart type arrondi au centième. (1 point)
4. Salomé veut finalement gagner en moyenne 0,50 € par partie pour financer une sortie. Quelle mise doit-elle fixer ? Quel bénéfice peut-elle alors espérer pour 200 parties ? (1 point)

Exercice 4 - Deux stratégies, une même espérance (4 points)

Dans un jeu de société, Yanis peut choisir entre deux stratégies à chaque tour. On note A le nombre de points gagnés avec la stratégie A et B celui obtenu avec la stratégie B. Par ailleurs, un gain négatif correspond à une perte de points. Les diagrammes en barres ci-dessous représentent les lois de A et de B .



1. Lis sur les diagrammes les lois de A et de B , puis montre que $E(A) = E(B)$. (1,5 point)
2. Calcule les variances $V(A)$ et $V(B)$, puis les écarts types arrondis au centième. (1,5 point)
3. Yanis ne veut surtout pas perdre de points. Quelle stratégie lui conseilles-tu ? Justifie avec les écarts types, puis avec une probabilité. (1 point)

Exercice 5 - Simuler une partie de dé (4 points)

Inès lance un dé équilibré à six faces. Si elle obtient 6, elle gagne 12 points. Quand elle obtient 4 ou 5, elle gagne 3 points. Sinon, elle perd 4 points. On note X le nombre de points gagnés en une partie.

1. Donne la loi de probabilité de X . (1 point)
2. Calcule $E(X)$, puis $V(X)$ et $\sigma(X)$, cet écart type étant arrondi au centième. (1,5 point)

Pour vérifier ses calculs, Inès écrit le programme Python ci-dessous : la fonction `partie` simule une partie, et la fonction `moyenne` renvoie la moyenne des points gagnés sur n parties.

```

1  from random import randint
2
3  def partie():
4      de = randint(1, 6)
5      if de == 6:
6          return 12
7      elif ..... :
8          return 3
9      else:
10         return .....
11
12 def moyenne(n):
13     s = 0
14     for k in range(n):
15         s = .....
16     return s / n

```

3. Recopie puis complète les lignes 7, 10 et 15. (1 point)
4. Inès exécute `moyenne(10000)`. Autour de quelle valeur le résultat devrait-il se situer ? Explique pourquoi. (0,5 point)



Réviser variance, écart type et jeux de hasard avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon variable aléatoires ; entraîne-toi sur la fiche probabilités et variables aléatoires avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Loi de probabilité et espérance : contrôle de maths en première
- Probabilités et variables aléatoires : contrôle de maths en première
- Indépendance et répétition d'épreuves : contrôle de maths en première