Vecteurs

Ce sont des entités mathématiques qui ont à la fois une magnitude et une direction, et ils peuvent être utilisés dans une variété d'applications. Voici quelques utilisations courantes:

La physique : Ils sont largement utilisés en physique pour représenter des quantités physiques telles que la force, la vitesse et l'accélération. Par exemple, une force peut être représentée par un vecteur ayant une certaine magnitude et une certaine direction.

Ingénierie : Ils sont utilisés en ingénierie pour représenter des quantités physiques telles que le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un objet en mouvement. Les ingénieurs les utilisent pour concevoir des machines, des bâtiments et d'autres structures.

Infographie : Ils sont utilisés en infographie pour représenter des points dans un espace tridimensionnel, ainsi que pour représenter la direction et l'intensité de sources lumineuses et d'autres effets visuels.

Apprentissage automatique : ils sont utilisés dans les algorithmes d'apprentissage automatique pour représenter des points de données dans des espaces à haute dimension. Dans ces applications, ils sont utilisés pour représenter les caractéristiques des données, qui peuvent ensuite être utilisées pour former des modèles et faire des prédictions.

I. Notion de vecteur et somme de vecteurs

1.Définition d'un vecteur et vocabulaire

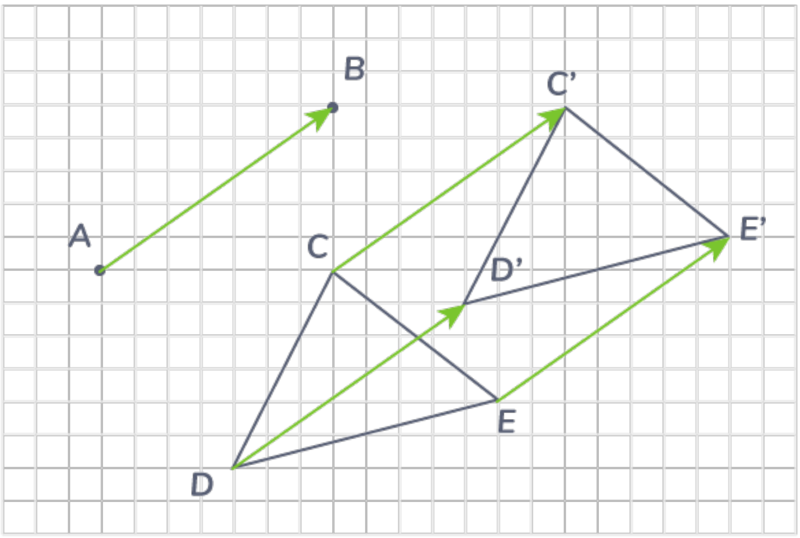
Définition :

A la translation qui transforme le point A en B (A distinct de B), on associe le vecteur $\vec{AB}$.

Le vecteur a trois caractéristiques :

- Sa direction : la droite (AB);

- Son sens de A vers B;
- Sa norme, notée $|| \vec{AB} ||$, qui correspond à la longueur AB.



Définition :

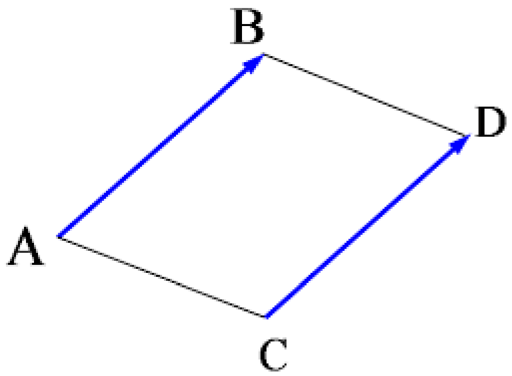
Deux vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont :

- la même direction;
- le même sens;
- la même norme.

On peut noter $\vec{u}$ l'ensemble des vecteurs égaux au vecteur $\vec{AB}$, nous avons $\vec{u} = \vec{AB}$.

Propriété :

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont **égaux** si et seulement si **ABDC est un parallélogramme**.



Définition :

Le vecteur associé à la transformation qui transforme un point en lui-même est le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$.Nous avons $\vec{AA} = \vec{BB} = \vec{CC} = ... = \vec{0}$.

2.Somme de vecteurs

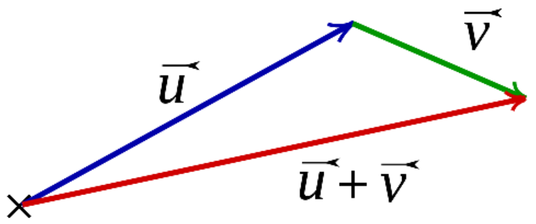
Définition :

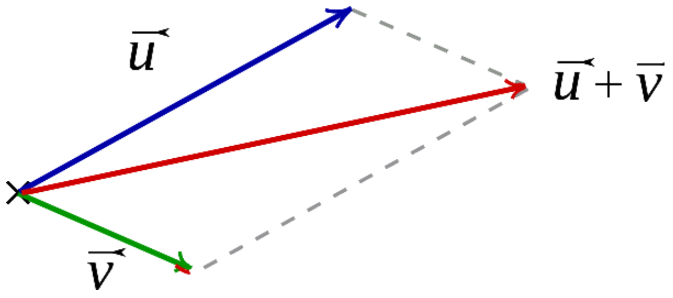
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques.

La **somme des vecteurs** $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur $\vec{w}$ associé à la translation

résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$.

Nous avons $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$.

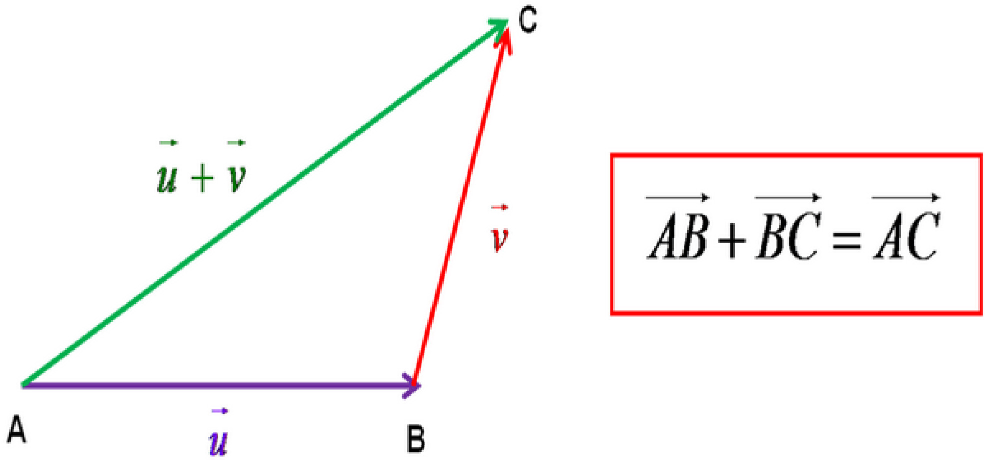




3.La relation de Chasles

Propriété : la relation de Chasles.

> Soient A,B et C trois points quelconques du plan, nous avons :
>
> $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$



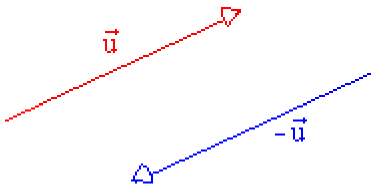
II. Autres opérations sur les vecteurs

1.Vecteurs opposés

Définition :

Le **vecteur opposé** au vecteur $\vec{AB}$, que l'on note $-\vec{AB}$, est le vecteur ayant :

- la même direction que $\vec{AB}$;
- la même norme que $\vec{AB}$;
- un sens contraire que $\vec{AB}$.



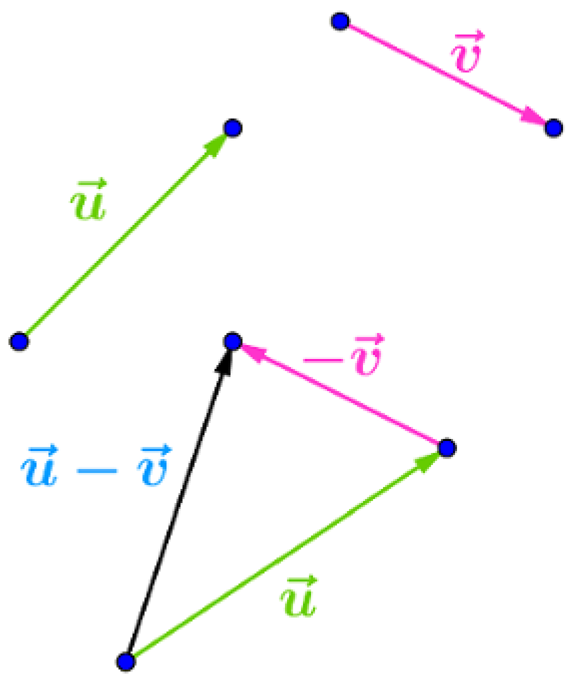
2.Différence de vecteurs

Définition : différence de deux vecteurs.

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques.

La **différence** du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{u}-\vec{v}$ tel que $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$.

Pour représenter le vecteur $\vec{u}-\vec{v}$, on trace le vecteur $\vec{u}$ puis, a son extrémité, le vecteur $-\vec{v}$ (méthode dite du **bout à bout**).

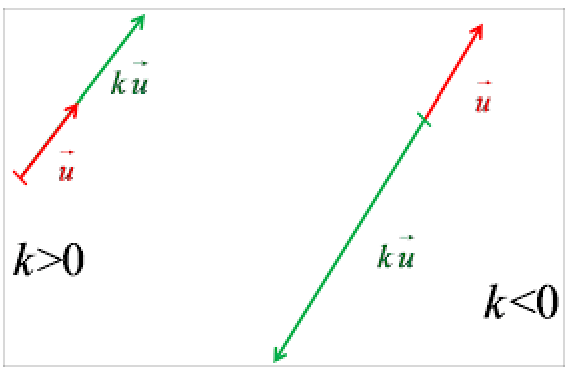


3.Produit d'un vecteur par un nombre k

Définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et soit k un nombre réel. Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le nombre k est le vecteur $k\vec{u}$ ayant les caractéristiques suivantes :

- la même direction que le vecteur $\vec{u}$;
- le même sens que $\vec{u}$ si k>0 et le sens contraire à si k<0.
- une norme égale à $|k| \times \ ||\vec{u}||$.



4.Règles de calculs

Propriétés :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques et k, k' deux nombres réels.

- $k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u}+k\vec{v}$
- $k\vec{u}+k'\vec{u} = (k+k')\vec{u}$
- $k(k'\vec{u}) = kk'\vec{u}$

Propriété :

Le point I est le milieu du segment [AB] si et seulement si $\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$.

III. Les vecteurs colinéaires

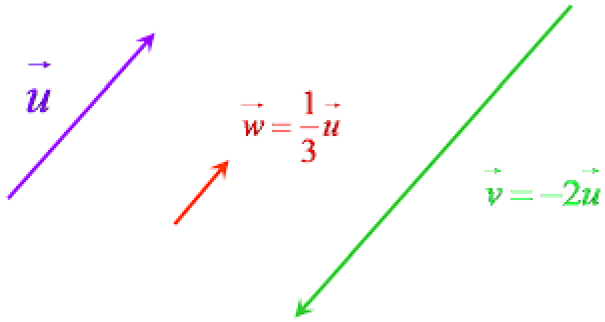
Définition :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont c**olinéaires** lorsqu'il ont la **même direction**.

Il existe un nombre k non nul tel que $\vec{v}=k\vec{u}$.

Exemple :

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ suivants sont colinéaires.



Définition :

Soient O,M et M' trois points et k un nombre réel non nul. L'homothétie de centre O et de rapport k qui transforme M en M' est telle que :

$O\vec{M}' = kO\vec{M}\cdot$