Vecteurs, droites et plans

I. Colinéarité de deux vecteurs

Définition :

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits **colinéaires** si, et seulement si, il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Propriété :

On considère $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x', y')$ deux vecteurs du plan.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s sont **colinéaires** si, et seulement si, leurs coordonnées sont proportionnelles.

Autrement dit, ils sont colinéaires si, et seulement si, $xy' - x'y = 0$.

Propriétés :

Trois points du plan A,B et C sont alignés si, et seulement si, $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

II.Equation cartésienne d'une droite

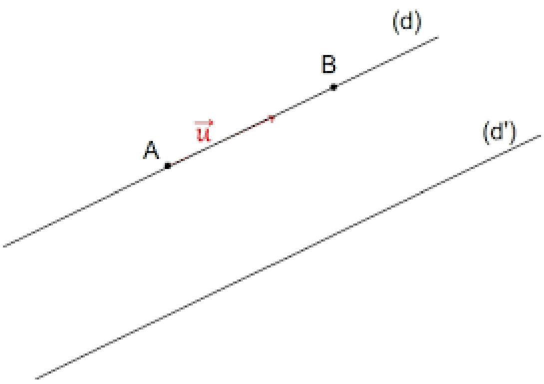
Définition:

Un vecteur $\vec{u}$ non nul est un **vecteur directeur** de la droite (AB) si $\vec{u}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires.

Autrement dit, un vecteur non nul est appelé **vecteur directeur** d'une droite lorsqu'il a la même direction que cette droite.

Propriété :

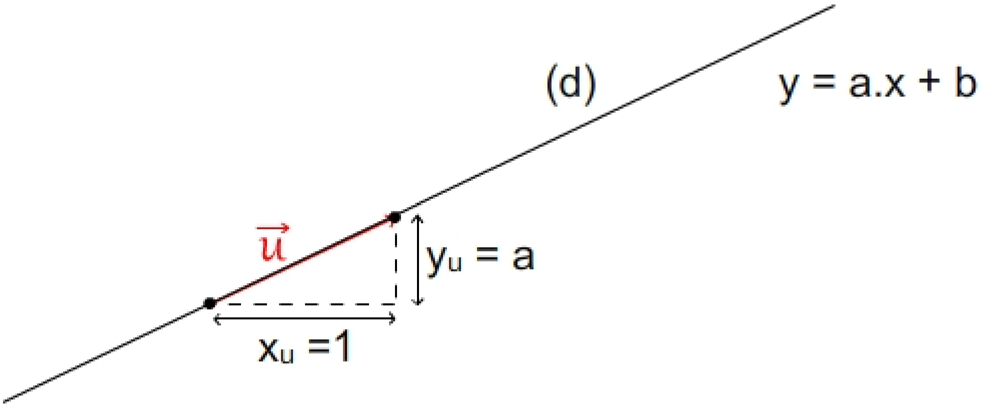
Deux droites du plan sont parallèles si, et seulement si, un vecteur directeur de l'une est colinéaire à un vecteur directeur de l'autre.



Propriété :

Soient a et b deux nombres réels.

Le vecteur $\vec{u}(1, a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation y=ax+b.



Propriété :

L'ensemble des points M(x;y) du plan tels que ax+by+c=0 avec $(a;b) \neq \ (0;0)$ est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b,a)$.

Définition :

Une équation d'une droite d de la forme ax+by+c=0 est appelée **équation cartésienne** de la droite d.

III.Décomposition d'un vecteur

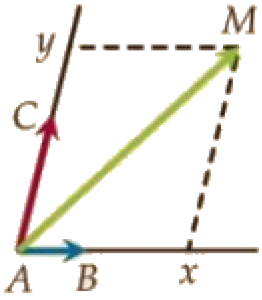
Propriété :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan non nuls et non colinéaires .Tout vecteur $\vec{w}$ du plan s'écrit de **façon unique** sous la forme $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$ où x et y sont deux nombres réels.

Propriété :

Soient A,B et C trois points non alignés du plan.Pour tout point M du plan, il existe un unique couple de réels (x;y) tels que $A\vec{M} = xA\vec{B} + yA\vec{C}$.

Le triplet $(A, A\vec{B}, A\vec{C})$ définit un repère du plan.



IV.Norme d'un vecteur

Définition :

Soient A et B deux points du plan.

La norme du vecteur $\vec{AB}$, notée $||\,\vec{AB}\,||$, est définie par $||\,\vec{AB}\,|| = AB$.

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan et deux points A et B tels que $\vec{u} = \vec{AB}$.

La **norme** de $\vec{u}$ est alors définie par $||\,\vec{u}\,|| = AB$.

Propriété :

Soit $\vec{u}(x;y)$ dans un repère orthonormé alors $||\,\vec{u}\,|| = \sqrt{x^2+y^2}$.

Pour tout réel k, $||k\,\vec{u}|| = |k| \times ||\,\vec{u}\,||$.