Exercices sur les équations de droites .

Exercice 1 : vérifier qu'un point appartient à une droite.

Vérifier si le point $C(3;7)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = 3x + 2$

2) $y = 3x - 2$

3) $y = -2x - 2$

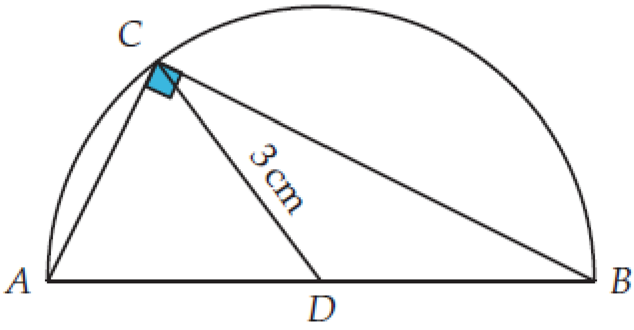
4) $y = -2x + 13$

Exercice 2 : trouver deux nombres dont la différence.

1) Trouver deux nombres dont la différence est 7 et dont la différence de leurs carrés est 21.
2) Proposer un algorithme qui, à partir de la différence de deux nombres et de la différence de leurs carrés, retrouve les deux nombres.

Exercice 3 : problème de géométrie avec un triangle rectangle.

Un triangle rectangle d'aire $8{,}64\,\text{cm}^2$ est inscrit dans un cercle de rayon 3 cm.



Pour trouver les longueurs de chacun des côtés de l'angle droit, suivre la démarche suivante.

1) Calculer le produit de ces deux longueurs.
2) Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la somme de leur carré.
3) Utiliser les identités remarquables pour calculer le carré de leur somme et le carré de leur différence.
4) Calculer leur somme et leur différence.
5) Résoudre le système formé de ces deux expressions.
6) Conclure.

Exercice 4 : montrer que les points A,B et C sont alignés.

On se place dans un repère $(O; I, J)$ et on considère les points suivants $A_1(0;0)$, $B_1(1;1)$, $C_1(4;4)$, $A_2(1;-3)$, $B_2(4;-3)$ et $C_2(7;-3)$.

On note :

- A l'intersection des droites (B_1C_2) et (B_2C_1) ;
- B l'intersection des droites (A_1C_2) et (A_2C_1) ;
- C l'intersection des droites (A_1B_2) et (A_2B_1).

Montrer que les points A, B et C sont alignés.

> Cette propriété est vraie quelle que soit la position des points A_1, B_1 et C_1 sur une droite (d_1) et A_2, B_2 et C_2 sur une droite (d_2). Elle porte le nom de Pappus d'Alexandrie, mathématicien de la Grèce Antique dont les écrits prennent une grande part dans notre connaissance des mathématiques de l'époque.

Exercice 5 : problème et salle de spectacle.

Pour son anniversaire, Emma a reçu un bon de 400 € utilisable au Pagnol, une salle de spectacles. La programmation de cette année propose 20 pièces de théâtre à 14 € par pièce et 40 films à 8 € par film.
Elle appelle x le nombre de pièces et y le nombre de films qu'elle pourra voir.

PARTIE A

Passionnée par les deux types de spectacle, elle voudrait en voir autant des deux.

1) Déterminer la relation qui lie x et y si Emma dépense la totalité de son bon.
2) Expliquer pourquoi x ne peut pas être égal à y.
3) Dans un repère orthonormal, construire la représentation graphique de cette équation.
4) Déterminer les points de la représentation qui ont des coordonnées entières.
5) Choisir pour Emma la combinaison qui lui permettra de voir presque autant de films que de pièces de théâtre.

PARTIE B

Emma change d'avis ! Elle voudrait voir deux fois plus de films que de pièces de théâtre.

1) Que faut-il tracer sur le graphique pour répondre à la question ?
2) Quelles seraient les solutions possibles ?

Exercice 6 : problème de géométrie dans un repère orthonormé.

On considère, dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, trois points $A(1;7)$, $B(-5;-5)$ et $C(7;-1)$.

1) a) Déterminer les coordonnées des points A', B' et C', milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
   b) Déterminer l'équation réduite des droites (AA') et (BB').
   c) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection K.
   d) Montrer, par le calcul, que K appartient à la droite (CC').
   e) Quel théorème classique de géométrie aurait permis de démontrer le résultat précédent ?
   f) Montrer que K est situé aux deux-tiers des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$ en partant des points A, B et C.
2) Calculer les distances OA, OB, et OC. Que peut-on en déduire pour le point O ?
3) On considère le point $H(3;1)$.
   a) Soit $A_1(4;-2)$.
   Montrer que A, H et A_1 sont alignés.
   b) Soit $C_1(-1;3)$.
   Montrer que C, H et C_1 sont alignés.
   c) Montrer que les triangles AA_1C et CC_1A sont des triangles rectangles.
   d) Que peut-on en déduire sur le point H ?
4) Montrer que les points O, K et H sont alignés.

Exercice 7 : déterminer les coordonnées des points et intersection.

On se place dans un repère $(O; I, J)$.

Soit p un nombre réel. On considère :

- la droite (d_p) d'équation $y = (1-p)x + 3$;
- la droite (d'_p) d'équation $y = -x + 2p$.

1) Représenter, d'une couleur, les droites (d_3) et (d'_3) et, d'une autre couleur, les droites (d_{-1}) et (d'_{-1}).
2) Pour quelle valeur de p les droites (d_p) et (d'_p) sont-elles parallèles ?
3) Lorsque $p \neq 2$, déterminer les coordonnées du point K_p, intersection de (d_p) et (d'_p).
4) En utilisant le résultat précédent, déterminer les coordonnées de K_3 et de K_{-1} et vérifier sur le graphique de la question 1.

Exercice 8 : déterminer l'équation de la droite.

A(1 ; −2) et B(−3 ; 1) sont deux points dans un repère.

a) Déterminer l'équation de la droite (AB).

b) Pour chacun des points suivants, dire s'il appartient ou non à la droite (AB).
Expliquer.

- C(10 ; −8,75) • D(−20 ; 13,5) • E(41 ; −32)

Exercice 9 : nature d'un triangle et équations de droites.

A(−3 ; 2), B(2 ; 2) et C(2 ; −2) sont trois points dans un repère orthonormé.

a) Les droites (AB), (AC), (BC) sont-elles parallèles à l'un des axes ?

b) Déterminer les équations de (AB), (AC) et (BC).

c) Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 10 : systèmes et équations de droites.

$A(-2\,;1)$, $B(2\,;2)$, $C(21;6)$ et $D(21;2)$ sont quatre points dans un repère.

a) Justifier que l'équation de la droite (AB) est de la forme $y=mx+p$.

b) Expliquer pourquoi déterminer m et p revient à résoudre le système :

$$\begin{cases}1=-2m+p\\2=2m+p\end{cases}$$

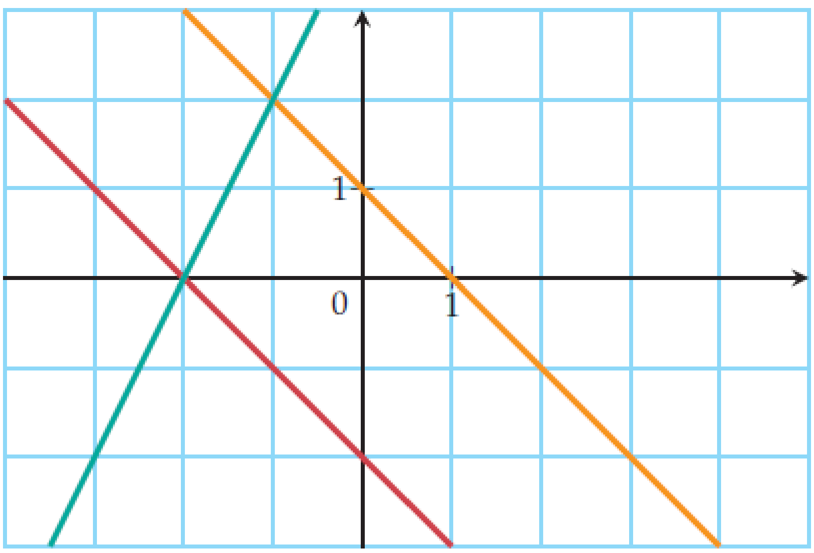
c) Résoudre ce système et donner l'équation de la droite (AB).

d) Déterminer l'équation de la droite (CD).

e) Killian affirme : « Le point $E(21;7)$ est aligné avec A et B mais aussi avec C et D ».
Qu'en pensez-vous ?

Exercice 11 : donner les solutions des systèmes.

À l'aide du graphique ci-dessous, donner les solutions des systèmes suivants.



1) $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-x+1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=-x-2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-x-2 \end{cases}$

Exercice 12 : algorithme qui affiche une équation de droite.

```
Algorithme : Mystère
Liste des variables utilisées
   x1, x2, y1, y2 : réel
   m : réel
Entrées
   Demander x1, x2, y1 et y2
Traitements
   Si x1≠x2 Alors
      Calculer (y1-y2)/(x1-x2)
      Stocker la réponse dans m
      Afficher la valeur de m
   Sinon
      Afficher « m n'existe pas »
   Fin Si
Fin de l'algorithme
```

1) Que fait l'algorithme ci-dessus ?
2) Comment le modifier pour afficher une équation de droite ?

Exercice 13 : donner une équation réduite.

Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $y = 2x - 5$. Donner une équation réduite pour chaque type de droite suivante.

1) droite sécante à $(\mathcal{D})$;
2) droite parallèle à $(\mathcal{D})$;
3) droite parallèle à $(\mathcal{D})$ et passant par $A(2;1)$;
4) droite sécante à $(\mathcal{D})$ et passant par A.

Exercice 14 : donner une équation réduite des droites symétriques.

Pour chacune des droites dont une équation est proposée ci-dessous, donner une équation réduite des droites symétriques :

- par rapport à l'axe des ordonnées ;
- par rapport à l'axe des abscisses ;
- par rapport à l'origine du repère.

1) $(\mathcal{D}_1) : x = 2$

2) $(\mathcal{D}_2) : y = -4$

3) $(\mathcal{D}_3) : y = 2x - 1$

4) $(\mathcal{D}_4) : y = -3x + 4$

Exercice 15 : déterminer le nombre de solutions.

Pour chacun des systèmes suivants :

- déterminer le nombre de solutions ;
- résoudre les systèmes ayant des solutions.

1) $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = -2x + \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{5} \end{cases}$

Exercice 16 : donner une équation et un algorithme.

On considère le point $A(5; -7)$.

1) Donner une équation de la droite verticale et une équation de la droite horizontale passant toutes deux par le point A.
2) Donner une équation d'une droite oblique passant par le point A.
3) Donner une équation d'une droite oblique qui ne contienne pas le point A.
4) Écrire un algorithme qui demande une équation de droite en entrée puis qui indique si A appartient à cette droite ou pas.

Exercice 17 : ecrire un algorithme qui demande les coordonnées.

On considère la droite $(\mathcal{D}) : y = -3x + 7$.

1) Déterminer deux points :

   a) qui appartiennent à la droite $(\mathcal{D})$;

   b) qui n'appartiennent pas à la droite $(\mathcal{D})$.

2) Écrire un algorithme qui demande les coordonnées d'un point en entrée puis qui indique si le point est sur $(\mathcal{D})$ ou pas.

Exercice 18 : tracer dans un même repère les droites.

Tracer dans un même repère les droites d'équations réduites proposées.

1) $y = 2x - 1$
2) $y = -3x + 4$
3) $y = x$
4) $y = -0,5x + 2$
5) $y = -5x - 3$
6) $y = 5x - 3$

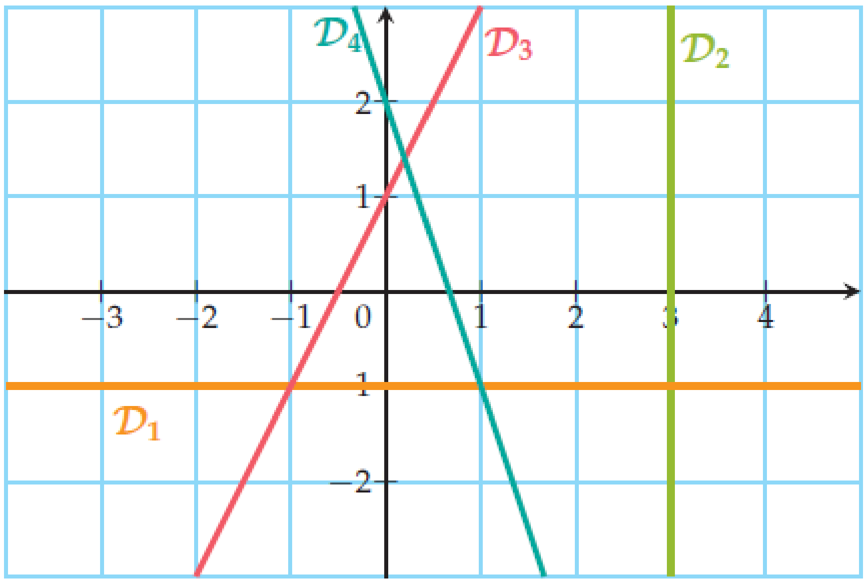
Exercice 19 : indiquer si l'équation est une droite parallèle.

Indiquer si l'équation proposée est celle d'une droite parallèle à un axe du repère et préciser lequel, le cas échéant.

1) $y = 5x - 17$
2) $x = 2,5$
3) $y = -3x - 12$
4) $y = 5$
5) $y = -\frac{1}{2}x + 7$
6) $y = 2x$

Exercice 20 : déterminer une équation de chacune des droites tracées.

Déterminer une équation de chacune des droites tracées dans le repère ci-dessous.



Exercice 21 : vérifier qu'un point appartient à une droite.

Vérifier si le point $D(-4;1)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = 2x + 1$
2) $y = 2x + 9$
3) $y = -3x - 11$
4) $y = -x + 3$

Exercice 22 : droites et équations.

Vérifier si le point $F(-1;-2)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$
2) $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$
3) $y = \frac{-6}{7}x - \frac{15}{14}$
4) $y = \frac{12}{17}x + \frac{3}{11}$

Exercice 23 : calculer la valeur de x et y.

Soit l'expression $y = -3x + 2$.

1) Quelle est la valeur de y si :

a) $x = -6$? b) $x = \dfrac{2}{3}$?

2) Quelle est la valeur de x si :

a) $y = -5$? b) $y = -\dfrac{1}{4}$?

Exercice 24 : quel couple vérifie l'égalité ?.

Soit l'expression $y = 0,4x - 0,8$.

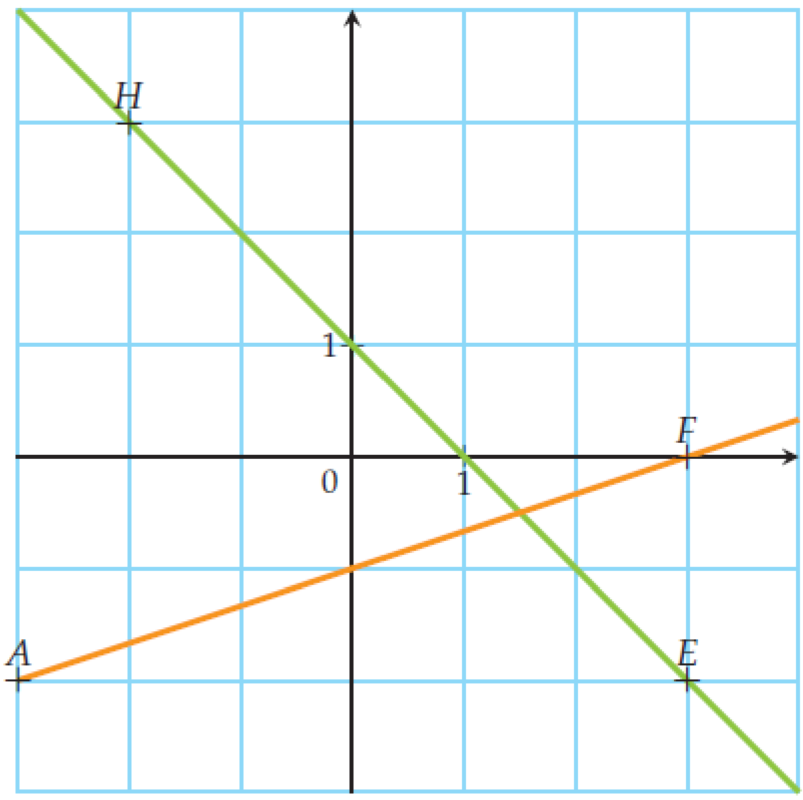
1) Le couple $(-2;5)$ vérifie-t-il cette égalité ?

2) Le couple $(0;-0,8)$ vérifie-t-il cette égalité ?

Exercice 25 : exprimer y en fonction de x.

Soit la relation $-5y - 2x + 4 = 0$.

Exprimer y en fonction de x.



Exercice 26 : quelles sont les équations de droites ?.

Parmi les équations suivantes, lesquelles sont des équations de droites ?

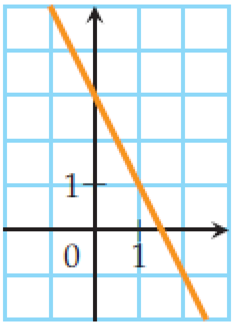
1) $y = \sqrt{3}x - 2$

2) $yx = 2$

3) $x = \dfrac{5}{7}$

4) $y = (x-2)^2 - (x+6)^2$

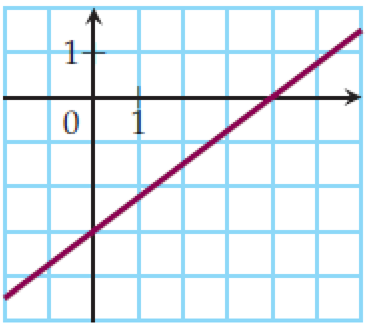
On donne le graphique ci-contre.

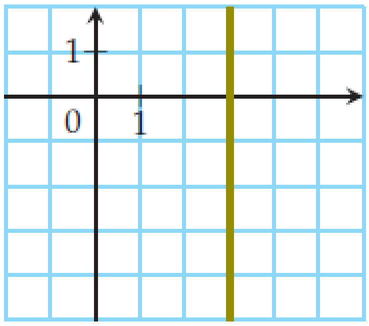


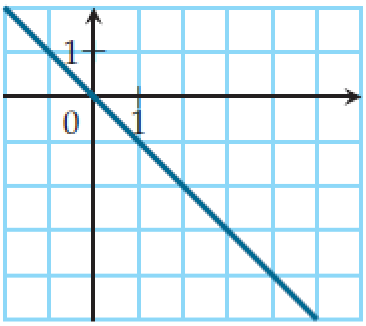
1) Quelle est l'ordonnée à l'origine de cette droite ?
2) Quel est le coefficient directeur de cette droite ?

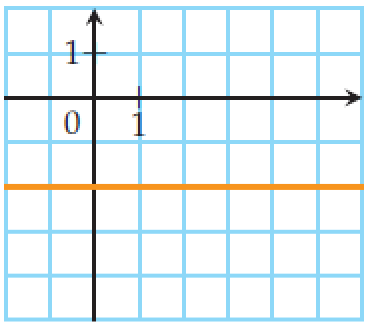
Exercice 27 : donner les équations réduites des droites.

Donner les équations réduites des droites.

1)


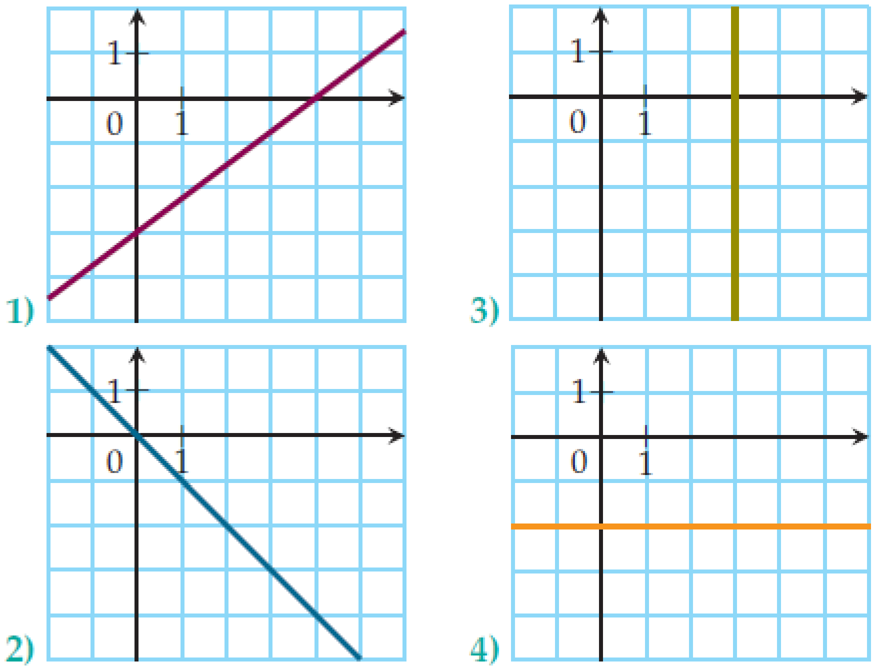
3)


2)


4)


Exercice 28 : donner les équations réduites des droites.

Donner les équations réduites des droites.



Exercice 29 : déterminer l'intersection de deux droites.

Quelle est l'équation réduite de la droite d'équation : $3x - 6y = 2$?

Le point A de coordonnées $(-2; 3)$ appartient-il à la droite d'équation $y = 4x + 5$?

La droite $(\mathcal{D}_1)$ d'équation $y = \dfrac{15}{6}x - 5$ et la droite $(\mathcal{D}_2)$ d'équation $y = \dfrac{20}{8}x + 5$ sont-elles parallèles ?

Déterminer l'intersection des droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ d'équations respectives $y = 5x - 7$ et $x = -4$.

Quel est le nombre de solutions des systèmes ?

1) $\begin{cases} y &= -1,5\,x + 2,4 \\ y &= -1,5\,x - 8 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y &= 5\,x - 1 \\ y &= 7\,x - 1 \end{cases}$

Exercice 30 : préciser l'ordonnée à l'origine.

Indiquer si l'équation proposée est une équation de droites. Préciser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur le cas échéant.

1) $y^2 = 3x - 2$
2) $y = -5x + 7$
3) $x^4 = 1$
4) $x = 3$
5) $y = 5x^2 + 5$
6) $y = \dfrac{-3x + 1}{5}$

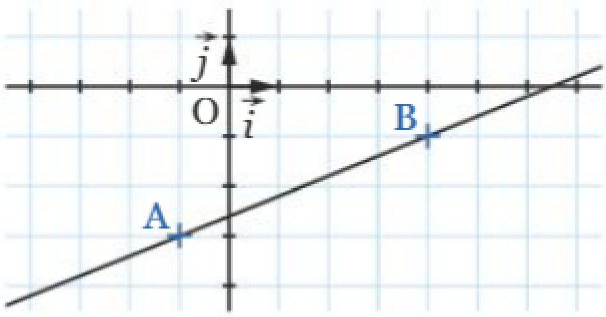
Exercice 31 : la droite passe-t-elle par les points ?.

La droite d'équation $5x - 2y + 9 = 0$ passe par les points :

a $(7 ; 21)$
b $(-1 ; 7)$
c $(-3 ; -3)$
d $(-1{,}8 ; 0)$

Exercice 32 : quelle est l'équation de la droite ?.

La droite (AB) a pour équation :



a $2x - 5y - 13 = 0$
b $-x - 3y + 3 = 0$
c $4x - y = 2{,}5$
d $-4x + 10y = 26$

Exercice 33 : l'équation de la droite passant par deux points.

On donne $A(-6\,;2)$ et $B(-1\,;0)$. La droite (AB) admet pour équation :

a $x+2y+2=0$

b $y=-2x-1$

c $y=-\frac{2}{5}x-\frac{2}{5}$

d $2x+5y+2=0$

Exercice 34 : vecteur directeur d'une droite.

Exercice 35 : problème sur un point d'intersection.