Exercices sur les suites .

Exercice 1 : problème sur les suites récurrentes.

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -2n + 7$.

1) Exprimer u_{n+1} en fonction de n.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 2^n$.

1) Exprimer v_{n+1} en fonction de n.

2) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

Dans chaque cas, exprimer u_n en fonction de u_{n-1}.

1) (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 3$ et
$u_{n+1} = 3u_n + 5n - 1$

2) (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 2$ et
$u_{n+2} = (n+1)\, u_{n+1} + 5$

Exercice 2 : algorithme et terme d'une suite défini par sa forme explicite.

On considère une suite (u_n) dont un terme, d'indice choisi par l'utilisateur, est calculé à l'aide de l'algorithme ci-dessous.

```
VARIABLES
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  AFFICHER u
  POUR i ALLANT_DE 0 A n
    DEBUT_POUR
    u PREND_LA_VALEUR 5*i-2/i
    FIN_POUR
  AFFICHER u
FIN_ALGORITHME
```

1) La suite (u_n) est-elle définie par sa forme explicite ou par récurrence ?

2) Définir la suite (u_n).

Exercice 3 : algorithme et définition d'une suite numérique.

On considère une suite (u_n) étudiée à l'aide de l'algorithme ci-dessous.

```
VARIABLES
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  u PREND_LA_VALEUR 5
  AFFICHER u
  POUR i ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    u PREND_LA_VALEUR -u+2
    AFFICHER u
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

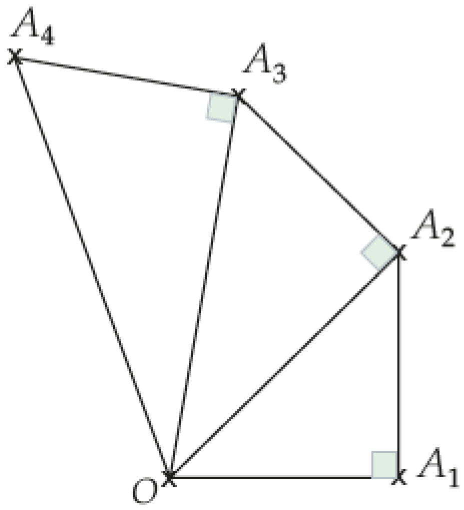
1) Comment est définie cette suite ?
2) Que fait cet algorithme ?
3) Modifier cet algorithme pour qu'il n'affiche que le terme dont l'indice a été choisi par l'utilisateur.

Exercice 4 : une suite de triangles rectangles et étude de la suite de longueurs.

On considère OA_1A_2 un triangle rectangle en A_1 tel que $OA_1 = A_1A_2 = 1$.

On construit ensuite une suite de points A_n, $n \in \mathbb{N}^*$ tels que OA_nA_{n+1} soit un triangle rectangle en A_n et que $A_nA_{n+1} = 1$.

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = OA_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.



1) Calculer u_2 et u_3.
2) Définir la suite (u_n) par récurrence.
3) Conjecturer la forme explicite de la suite (u_n).

Exercice 5 : suite récurrente et utilisation du tableur.

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 + 3u_n. \end{cases}$$

Que doit-on écrire dans les cellules B2 et C2 pour qu'en étirant vers la droite le contenu de la cellule B2, on obtienne les premiers termes de la suite u ?

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	u_n					

Suite récurrente et utilisation du tableur

Exercice 6 : tableur et formule entrée dans la cellule pour une suite.

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0,5u_n + 2. \end{cases}$
On donne la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	0	1	2	3	4	5	6
2	u_n	1	2,5	3,25	3,625	3,8125	3,90625	3,953125
3	S_n	1	3,5	6,75	10,375	14,1875	18,09375	22,046875
4								

1) Quelle est la formule entrée dans la cellule C2 et recopiée vers la droite ?
2) Quelle est la formule entrée dans la cellule C3 et recopiée vers la droite ?

Exercice 7 : etude de trois suites.

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$u_n = 2n^2 + (-1)^n$.
1) Écrire u_{n+1} en fonction de n.
2) Écrire u_{2n} en fonction de n.

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$v_n = \dfrac{(-2)^{n-1}}{3^n}$.
1) Écrire v_{n-1} en fonction de n.
2) Écrire u_{n+2} en fonction de n.

Soit $w_n = \cos\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)$.
1) Calculer les 6 premiers termes de la suite.
2) Soit n un entier naturel. Exprimer w_{n+6} en fonction de w_n.

Exercice 8 : mode de génération des 4 premiers termes d'une suite.

1) Pour chacune des suites ci-dessous, indiquer son mode de génération et ses quatre premiers termes :

a) u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2}{u_{n-1}} + 1$ et $u_0 = 1$;

b) v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \sin\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)$.

2) À l'aide de la calculatrice, contrôler les résultats précédents.

Exercice 9 : tableur et formule des termes d'une suite v.

On souhaite calculer à l'aide d'un tableur les premiers termes d'une suite v.

C2 | =2*B1+1+B2

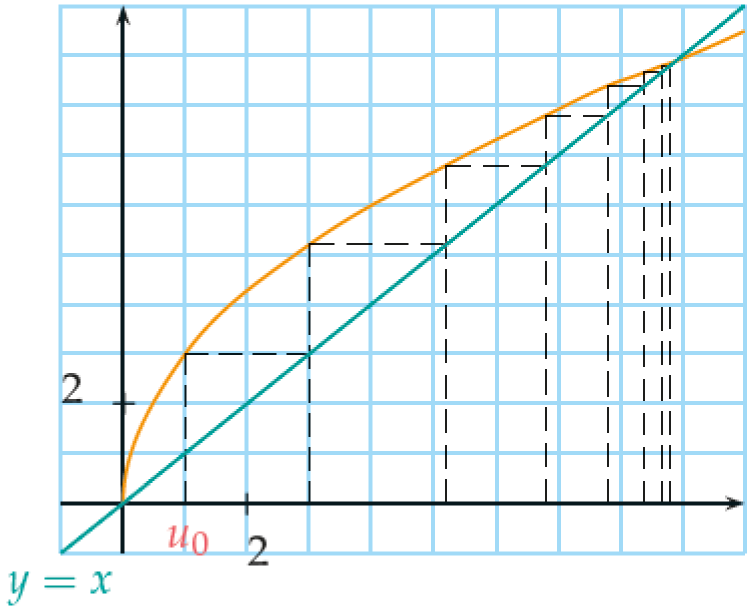
	A	B	C	D	E	F
1	n	1	2	3	4	5
2	u_n	-5	-2			

1) En recopiant la formule écrite en C2 vers la droite, quelle valeur obtient-on dans la case D2 ?

2) Définir la suite v.

Exercice 10 : courbe des premiers termes d'une suite.

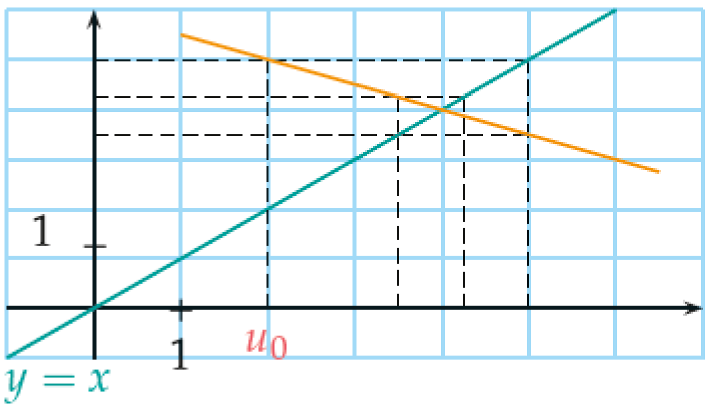
Soit (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. On a construit ci-dessous la courbe représentative de f et les premiers termes de la suite (u_n).



Lire graphiquement une valeur approchée de u_4.

Exercice 11 : lire graphiquement une valeur approchée de Un.

On a construit ci-dessous la courbe représentative de f et les premiers termes de la suite (u_n).
Lire graphiquement une valeur approchée de u_3.



Exercice 12 : suite arithmétique et suite géométrique.

(u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 4$ et de premier terme $u_0 = 16$.

Donner le terme u_6.

u est une suite géométrique de raison $q = -3$ et de premier terme $u_0 = 2$.

Donner le terme u_3.

Exercice 13 : calculer les premiers termes d'une suite.

Pour chacune des suites ci-dessous, calculer u_1, u_2 et u_3.

1) u définie pour tout entier naturel n non nul par :
$u_n = \dfrac{3n+1}{2n}$.

2) u définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = 2 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

3) u définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = \sum\limits_{k=0}^{n} 2^k = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^n$.

Exercice 14 : calculer U0,U1 et U2.

1) Pour chacune des suites ci-dessous, calculer u_0, u_1 et u_2.

- **a)** u définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = 2n^2 - 5n$
- **b)** u définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = (n+1) \times (-2)^n$
- **c)** u définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = \sum\limits_{i=0}^{n} (2i+1)$

2) À l'aide de la calculatrice, contrôler les résultats des questions **a)** et **b)**.

Exercice 15 : terme précédent d'une suite.

Pour chacune des suites ci-dessous :

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}.

3) À l'aide de la calculatrice, contrôler les résultats de la question **1**.

- u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3. \end{cases}$$
- u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -2u_n. \end{cases}$$
- u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = nu_n + 3. \end{cases}$$

Exercice 16 : suites récurrentes et terme de rang n.

Pour chacune des suites ci-dessous :

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1} pour les questions **a)** et **b)**.

a) u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = -u_n - 5. \end{cases}$$

b) u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = (n+1)u_n - 4. \end{cases}$$

c) u définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_1 = -1 \\ u_{n+2} = 2u_n - u_{n+1}. \end{cases}$$

Exercice 17 : mode de génération d'une suite numérique.

1) Pour chacune des suites ci-dessous, indiquer son mode de génération et ses quatre premiers termes :

a) u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^3$

b) v définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} v_0 = -5 \\ v_{n+1} = 2v_n + 4 \end{cases}$

c) w définie sur $\mathbb{N}^*$ par $w_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$

2) À l'aide de la calculatrice, contrôler les résultats précédents.

Exercice 18 : calcul des termes d'une suite numérique.

u est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$. Calculer u_4.

u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \sqrt{n-1}$.

Calculer les trois premiers termes de la suite.

u est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = (n-5)^2 + 2$. Calculer u_3.

u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$. Calculer u_1 puis u_2.

Exercice 19 : suites récurrentes et somme de termes.

u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 1 \end{cases}$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = (n+1)u_n \end{cases}$.

1) Calculer u_1 puis u_2.

2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}.

u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + 2 + ... + n$.

Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} ... + \dfrac{1}{2^n}$.

Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

Exercice 20 : calcul de la somme des termes d'une suite géométrique.

Calculer.

1) $\sum_{k=0}^{3} k^2$

2) $\sum_{k=0}^{3} (-1)^k$

3) $\sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1}$

4) $\sum_{k=0}^{2} (2k+1) \times (-1)^k$

Compléter.

1) $3+4+5+\ldots+9 = \sum_{k=\ldots}^{\ldots} \ldots$

2) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16} = \sum_{k=\ldots}^{\ldots} \ldots$

Exercice 21 : suites géométriques et arithmétiques.

La suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_0 = -1$ et $w_{n+1} = 3w_n - 2$ est :

a géométrique de raison 3.
b géométrique de raison -2.
c arithmétique de raison -2.
d ni arithmétique ni géométrique.

L'expression du terme général d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison -5 est :

a $u_n = 2 - 5n$
b $u_n = -5 + 2n$
c $u_n = 7 - 5n$
d $u_n = 2 \times (-5)^n$

Exercice 22 : expression du terme général d'une suite.

L'expression du terme général d'une suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison -5 est :

a $v_n = 2 \times (-5)^n$

b $v_n = 2 \times (-5)^{n-1}$

c $v_n = -5 \times 2^n$

d $v_n = -5 \times 2^{n-1}$

La suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = \frac{1}{2}n - 3$ est :

a croissante à partir de $n = 0$.

b décroissante à partir de $n = 0$.

c ni croissante ni décroissante.

d croissante à partir de 3.

Exercice 23 : suite arithmétique ou géométrique.

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = -3n + 5$:

a est une suite arithmétique de raison -3.

b est une suite arithmétique de raison 5.

c a pour premier terme $u_0 = 5$.

d a pour premier terme $u_0 = -3$.

La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = -3 \times 5^n$:

a est une suite géométrique de raison -3.

b est une suite géométrique de raison 5.

c a pour premier terme $v_0 = 5$.

d a pour premier terme $v_0 = -3$.

Exercice 24 : somme des premiers termes.

La somme $2+4+6+\ldots+20$ est égale à :

a 110

b $2\times\frac{10\times 11}{2}$

c $\frac{10\times 11}{2}$

d 10×11

La somme $1+5+5^2+\ldots+5^{10}$ est égale à :

a $\frac{1}{4}(5^{11}-1)$

b $\frac{1-5^{10}}{1-5}$

c $\frac{1-5^{11}}{1-5}$

d $\frac{1}{4}(5^{10}-1)$

Exercice 25 : calculer les premiers termes.

Exercice 26 : premiers termes et conjecture.

Exercice 27 : quelle est la nature de ces suites ?.

Exercice 28 : exprimer Un en fonction de n.

Exercice 29 : expression d'une suite récurrente.

Exercice 30 : déterminer si la suite est géométrique.

Exercice 31 : algorithme et terme général.

Exercice 32 : termes consécutifs et expression.

Exercice 33 : premiers termes d'une suite récurrente.

Exercice 34 : algorithme et relation entre termes consécutifs.

Exercice 35 : expression d'une suite récurrente.

Exercice 36 : sens de variation d'une suite.

Exercice 37 : suite récurrente et fonction.

Exercice 38 : problème des canettes de soda.

Exercice 39 : problème d'empilement des allumettes.

Exercice 40 : déterminer le sens de variation.

Déterminer le sens de variation des suites arithmétiques suivantes définies sur $\mathbb{N}$.

1. a. $u_n = 4n - 2$

b. $u_n = \dfrac{-3n+5}{8}$

c. $u_n = \dfrac{n^2+4n+3}{n+3}$

d. $u_n = \dfrac{3n^2+5n-2}{n+2}$

2. a. $u_3 = 4$ et $u_8 = 24$

b. $u_5 = \dfrac{7}{4}$ et $u_9 = \dfrac{1}{4}$

c. $u_{13} = 16$ et $u_{32} = -7$

d. $u_{50} = 159$ et $u_{100} = 309$