# Exercices sur produit scalaire dans le plan .

## Exercice 1 : résoudre une équation avec des cosinus.

On souhaite résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$ :

$$4\cos^2 x - 2(1+\sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0 \qquad (1)$$

**1)** On effectue un changement de variable.
On pose $X = \cos x$ avec $x \in [-1\ ;\ 1]$.

**a)** Quelle équation du second degré est équivalente à $(\mathbf{1})$ ?

**b)** Montrer que son discriminant peut s'écrire : $4(1-\sqrt{3})^2$.

**c)** Déterminer les solutions de cette équation du second degré.

**2)** En déduire les solutions de l'équation $(\mathbf{1})$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ puis dans $\mathbb{R}$.

## Exercice 2 : droite et vecteur normal.

$d$, d'équation $2x - 8y + 28 = 0$ est-elle la droite de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et passant par $T(14\ ;\ 7)$ ?

## Exercice 3 : rayon et coordonnées du centre du cercle.

Donner le rayon et les coordonnées du centre du cercle :

1) $\mathscr{C}_1$ d'équation $(x-2)^2+(y-5)^2=9$

2) $\mathscr{C}_2$ d'équation $(x+3)^2+(y-7)^2=5$

## Exercice 4 : droites perpendiculaires.

Les droites suivantes sont-elles perpendiculaires ?

1) $(AB)$ et $(CD)$ avec $A(1\ ;\ -3)$, $B(-1\ ;\ 5)$, $C(-8\ ;\ 3)$ et $D(7\ ;\ 7)$.

2) $(EF)$ et $d_1$ d'équation $x+2y-7=0$ avec $E(1\ ;\ 7)$ et $F(3\ ;\ 11)$.

3) $d_2$ et $d_3$ d'équation respective $4x-8y-11=0$ et $-2x-y=5$.

## Exercice 5 : exprimer un produit scalaire en fonction de vecteurs.

On considère trois points $A$, $B$ et $C$ du plan tels que $AB=3\,\text{cm}$, $AC=5\,\text{cm}$ et $BC=6\,\text{cm}$.

1) Faire une figure.

2) Exprimer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ en fonction de $AB$, $BC$ et $AC$.

3) En déduire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

## Exercice 6 : calculs de produits scalaires.

On considère trois points $E$, $F$ et $G$ du plan tels que $EF=8$, $EG=6$ et $FG=11$. Calculer :

1) $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{FG}$ 2) $\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{GE}$ 3) $\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{FE}$

## Exercice 7 : calculer des normes de vecteurs.

On considère les vecteurs $\vec{a}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

**1)** Calculer $\|\vec{a}\|$, $\left\|\vec{b}\right\|$ et $\left\|\vec{a}+\vec{b}\right\|$.

**2)** En déduire $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

## Exercice 8 : calculer des produits scalaires à l'aide de coordonnées.

Calculer les produits scalaires suivants :

**1)** $\vec{u}\cdot\vec{v}$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

**2)** $\vec{s}\cdot\vec{t}$ avec $\vec{s}\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

**3)** $\vec{a}\cdot\vec{b}$ avec $\vec{a}\begin{pmatrix} \sqrt{3}-2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} \sqrt{3}+2 \\ 1 \end{pmatrix}$

**4)** $\vec{c}\cdot\overrightarrow{UV}$ avec $\vec{c}\begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ 2 \end{pmatrix}$, $U(\sqrt{24}+5\,;\,1)$ et $V(5\,;\,\sqrt{2})$

**5)** $\vec{r}\cdot\overrightarrow{AB}$ avec $\vec{r}\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$, $A(-1\,;\,2)$ et $B(-3\,;\,6)$

**6)** $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{MR}$ avec $C(5\,;\,6)$, $D(-1\,;\,4)$, $M(3\,;\,7)$ et $R(8\,;\,9)$

**7)** $\overrightarrow{ST}\cdot\overrightarrow{EF}$ avec $E(0\,;\,1)$, $F(3\,;\,0)$, $S(8\,;\,8)$ et $T(5\,;\,5)$

## Exercice 9 : déterminer les produits scalaires suivants.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Calculer :

**1)** $\vec{u}\cdot\vec{v}$ **2)** $(2\vec{u})\cdot\vec{v}$ **3)** $(-\vec{u})\cdot(3\vec{v})$

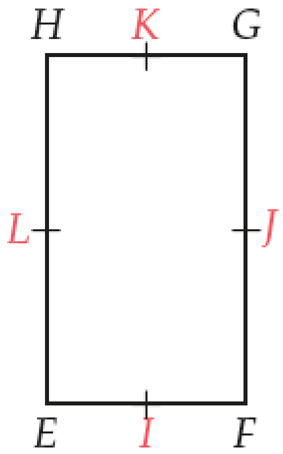
## Exercice 10 : ecrire un algorithme qui donne le produit scalaire.

Écrire un algorithme :

- demandant à l'utilisateur de saisir les coordonnées de deux vecteurs dans un repère orthonormé ;
- donnant, en sortie, le produit scalaire de ces deux vecteurs.

### Exercice 11 : calculs de produits scalaires dans un rectangle.

On considère le rectangle $EFGH$ ci-dessous, tel que $EF = 4$ et $EH = 7$, et les points $I$, $J$, $K$ et $L$, milieux respectifs des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[EH]$.




1) Reproduire la figure.
2) En choisissant un repère orthonormé adapté, calculer :

a) $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{FH}$ c) $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{GH}$ e) $\overrightarrow{IL} \cdot \overrightarrow{IG}$

b) $\overrightarrow{JL} \cdot \overrightarrow{EG}$ d) $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{EK}$ f) $\overrightarrow{HJ} \cdot \overrightarrow{JK}$

### Exercice 12 : déterminer des produits scalaires.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ y \end{pmatrix}$ avec $x$ et $y$ réels.

**1)** Déterminer $x$ tel que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 11$.

**2)** Déterminer $y$ tel que $\vec{u} \cdot \vec{w} = \sqrt{12}$.

## Exercice 13 : déterminer la valeur de x.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ 2x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$ avec $x$ réel.

Déterminer, si elle(s) existe(nt), pour quelle(s) valeur(s) de $x$, on a :

**1)** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -9$

**2)** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -10$

**3)** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

**4)** $\vec{u} \cdot \vec{v} > 7$

## Exercice 14 : les droites sont-elles perpendiculaires?.

On considère les points $A(1\ ;\ 3)$, $B(3\ ;\ 1)$, $C(-2\ ;\ -2)$, $D(13\ ;\ -5)$ et $E(4\ ;\ 3)$.

**1)** Les droites $(AC)$ et $(AB)$ sont-elles perpendiculaires ?

**2)** Même question pour :

**a)** $(AC)$ et $(BD)$

**b)** $(BE)$ et $(CD)$

## Exercice 15 : le triangle est-il rectangle?.

On considère quatre points $J(6\ ;\ 1)$, $K(2\ ;\ 4)$, $L(1\ ;\ -5)$ et $M\left(-\frac{5}{2}\ ;\ -2\right)$.

**1)** Le triangle $JKL$ est-il rectangle en $J$ ?

**2)** Le triangle $JKM$ est-il rectangle ?

## Exercice 16 : déterminer la nature du quadrilatère QRST.

On considère trois points $A(\sqrt{6}\ ;\ \sqrt{7})$, $B(\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3})$, $C(-\sqrt{6}\ ;\ \sqrt{7}+2\sqrt{3})$.

Montrer que $ABC$ est rectangle en $B$.

On considère quatre points $Q(2\ ;\ -2)$, $R(1\ ;\ 1)$, $S(4\ ;\ 2)$ et $T(5\ ;\ -1)$.

Déterminer la nature du quadrilatère $QRST$.

## Exercice 17 : montrer que ABCD est un trapèze rectangle.

On considère trois points $A(5{,}2\ ;\ 4)$, $B(6\ ;\ 3{,}1)$ et $C(1\ ;\ y)$.

Déterminer $y$ tel que $ABC$ soit rectangle en $A$.

On considère quatre points $A(0\ ;\ 0)$, $B(6\ ;\ 2)$, $C(-1{,}5\ ;\ 4{,}5)$ et $D\left(2{,}5\ ;\ \frac{35}{6}\right)$.

Montrer que $ABCD$ est un trapèze rectangle puis calculer son aire.

## Exercice 18 : donner un vecteur directeur.

On considère deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées, d'équations $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

**1)** Donner un vecteur directeur de chacune des deux droites.

**2)** En déduire la propriété suivante :
Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont perpendiculaires si et seulement si le produit de leurs coefficients directeurs est égal à $-1$.

**3)** Parmi les droites $d_1$, $d_2$ et $d_3$ d'équations respectives $y = 2x + 3$, $y = -2x + 5$ et $y = -\dfrac{1}{2}x - 6$, lesquelles sont perpendiculaires ?

## Exercice 19 : démonstration d'une propriété algébrique.

### Démonstration d'une propriété algébrique

**Prérequis.** On supposera connue la propriété suivante.
Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé.
On a $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$.

**Question.** Montrer que, pour tous réels $k$ et $k'$, et tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan, on a :

$$(k\vec{u}) \cdot (k'\vec{v}) = (k \times k')\vec{u} \cdot \vec{v}.$$

## Exercice 20 : calculs de produits scalaires à l'aide des normes.

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec :

1) $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $\cos(\vec{u};\vec{v}) = 0{,}1$
2) $\|\vec{u}\| = 23$, $\|\vec{v}\| = 11$ et $\cos(\vec{u};\vec{v}) = 0{,}93$
3) $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 8$ et $(\vec{u};\vec{v}) = \dfrac{\pi}{6}\ (2\pi)$
4) $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u};\vec{v}) = \dfrac{5\pi}{3}\ (2\pi)$
5) $\|\vec{u}\| = 12$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $(\vec{u};\vec{v}) = -\dfrac{\pi}{4}\ (2\pi)$
6) $\|\vec{u}\| = 9$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $\vec{u} = -1,5\vec{v}$

## Exercice 21 : calculs de produits scalaires et normes de vecteurs.

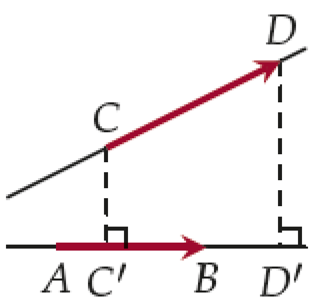
Calculer $\vec{a} \cdot \vec{b}$ avec :

1) $\|\vec{a}\| = \dfrac{5}{6}$, $\left\|\vec{b}\right\| = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$ et $\left(\vec{a};\vec{b}\right) = -\dfrac{5\pi}{6}\ (2\pi)$
2) $\|\vec{a}\| = \sqrt{2}$, $\left\|\vec{b}\right\| = 6$ et $\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\pi}{4}\ (2\pi)$
3) $\|\vec{a}\| = 2\sqrt{2}$, $\left\|\vec{b}\right\| = \sqrt{8}$ et $\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \pi\ (2\pi)$
4) $\|\vec{a}\| = \sqrt{2}+1$ et $\vec{b} = \sqrt{3}\vec{a}$

## Exercice 22 : projection de deux points sur une droite.

### Projection de deux points sur une droite

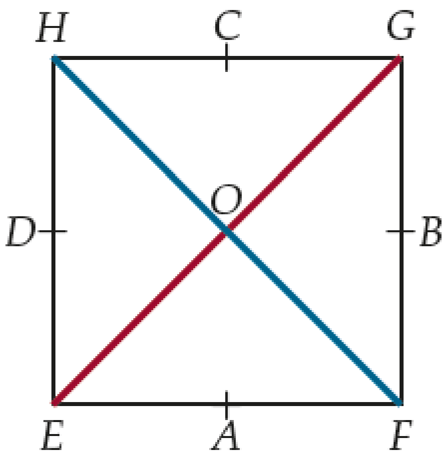
Soit $C$ et $D$ deux points distincts, extérieurs à une droite $(AB)$ et $C'$ et $D'$ les projetés orthogonaux respectifs de $C$ et $D$ sur $(AB)$.




1) Montrer l'égalité vectorielle :
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{D'D}.$$
2) En déduire que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'D'}$.

## Exercice 23 : exprimer des produits scalaires dans un carré.

On considère le carré $EFGH$ de côté $a$ ci-dessous.




Dans ce carré, $A$ est le milieu de $[EF]$, $B$ le milieu de $[FG]$, $C$ le milieu de $[GH]$, $D$ le milieu de $[HE]$ et $O$ est le centre de $EFGH$.

En utilisant la méthode de votre choix, exprimer les produits scalaires suivants en fonction de $a$ :

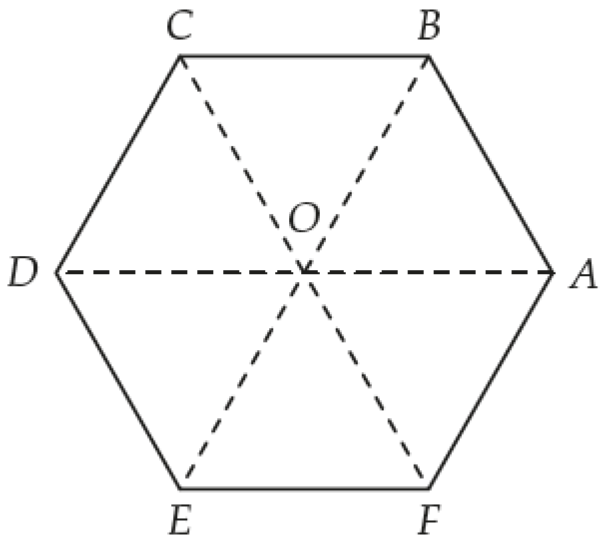
**1)** $\overrightarrow{HO} \cdot \overrightarrow{HF}$ **4)** $\overrightarrow{EO} \cdot \overrightarrow{FE}$ **7)** $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB}$

**2)** $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EB}$ **5)** $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{FH}$ **8)** $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CO}$

**3)** $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{GE}$ **6)** $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CA}$ **9)** $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EG}$

## Exercice 24 : produits scalaires dans un hexagone régulier.

On considère l'hexagone régulier $ABCDEF$ de centre $O$ et de côté 1 ci-dessous.




En utilisant la méthode de votre choix, calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{FO}$
2) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$
3) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OF}$
4) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{FA}$
5) $\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{OD}$
6) $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{FB}$
7) $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{DF}$
8) $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CA}$
9) $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CO}$

## Exercice 25 : calcul d'un produit scalaire.

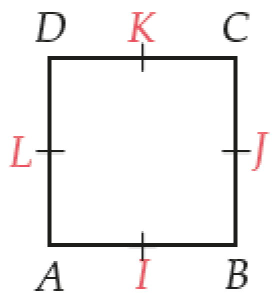
Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec :

1) $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 10$
2) $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{5}$ et $\vec{v} = \vec{u}$
3) $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$
4) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$, $\|\vec{v}\| = 5$ et $(\vec{u}; \vec{v}) = \dfrac{3\pi}{4}\ (2\pi)$
5) $\|\vec{u}\| = 8$ et $\vec{v} = -2\vec{u}$

## Exercice 26 : produit scalaire dans un carré.

On considère le carré $ABCD$ ci-dessous de côté 1 et $I$, $J$, $K$ et $L$ les milieux des côtés.

Associer chacun des produits scalaires avec le calcul ou le résultat auquel il est égal.




- $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BL}$
- $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID}$
- $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL}$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{LK}$

- $AB \times AI$
- $-IB \times IA$
- $BC \times BJ$
- $0$

## Exercice 27 : vecteur normal à une droite.

Donner un vecteur normal aux droites suivantes :

1) $d_1$ d'équation $65x - 12y + 6 = 0$
2) $d_2$ d'équation $y = 3x - 2$
3) $d_3$ d'équation $-8x = -y + 2$
4) $(AB)$ avec $A(4\,;\,3)$ et $B(6\,;\,12)$

## Exercice 28 : produits scalaires égaux.

Quels sont les produits scalaires $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ égaux à $-2$ ?

a) $AB = 2$, $AC = 3$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \pi$.

b) $AB = 4$, $\overrightarrow{HB} = \frac{33}{8}\overrightarrow{AB}$ où $H$ est le pied de la hauteur issue de $C$ dans le triangle $ABC$.

c) $AB = 5$, $AC = 4$ et $BC = 6$.

d) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

## Exercice 29 : qCM sur le produit scalaire.

Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 5$ et $\|\vec{u} - \vec{v}\| = 1$. Alors :

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$

b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$

c) $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

d) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 9$

## Exercice 30 : qCM sur la norme et le produit scalaire.

Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$. Alors :

a) $\|\vec{u}\| = \dfrac{\sqrt{17}}{2}$

b) $\|\vec{v}\|^2 = 5$

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$

d) $\vec{v} \cdot \vec{u} = 4$

## Exercice 31 : qCM sur le vecteur normal à une droite.

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite d'équation :

a) $4x - 2y + 10 = 0$

b) $-2x - 4y + 5 = 0$

c) $8x + 4y = 0$

d) $\dfrac{1}{2}y - x - 7 = 0$

## Exercice 32 : affirmation vraie ou fausse ?.

**VRAI / FAUX** Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.
2. Si les normes des deux vecteurs sont des nombres entiers, alors leur produit scalaire est aussi un nombre entier.

**VRAI / FAUX**

1. Si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$, alors $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.
2. Si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} < 0$ alors $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$.
3. Si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$, alors les points $C$ et $D$ sont confondus.

## Exercice 33 : que peut-on dire des points A, B et C ?.

Quelles sont les informations sur les points $A$, $B$ et $C$ données par les produits scalaires suivants ?

1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AC^2$
3. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC$
4. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AC$
5. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB^2$

## Exercice 34 : déterminer les coordonnées des vecteurs normaux..

Déterminer à l'aide des équations des droites suivantes les coordonnées de deux vecteurs normaux à cette droite.

1. $4x - 5y + 10 = 0$
2. $x + 3y - 5 = 0$
3. $\frac{1}{2}x - 8y = 0$
4. $\frac{4}{3}y - 6x = 12$

## Exercice 35 : calculer le produit scalaire de deux vecteurs..

Donner la valeur exacte.

1. $AB = 2$, $AC = 6$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{4}$
2. $AB = \sqrt{3}$, $AC = 1$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = -\frac{\pi}{6}$
3. $AB = 5$, $AC = \frac{3}{4}$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{2\pi}{3}$

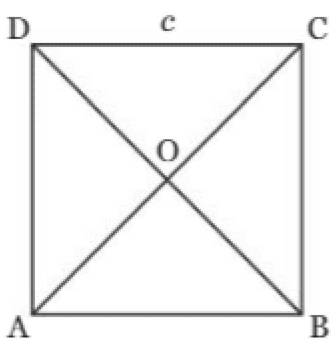
## Exercice 36 : simplifier les expressions..

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Simplifier les expressions suivantes.

1. $(3\vec{u}) \cdot (2\vec{v})$
2. $\left(\frac{7}{3}\vec{u}\right) \cdot (-6\vec{v})$
3. $\vec{u} \cdot (\vec{u} - \vec{v})$
4. $(\vec{u} + \vec{v})^2$

## Exercice 37 : produits scalaires dans un carré.

On considère un carré $ABCD$ de centre $O$ et de côté $c$. Calculer les produits scalaires suivants.




1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$
3. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
4. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$
5. $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AB}$
6. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$
7. $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{OC}$

## Exercice 38 : déterminer l'équation cartésienne d'une droite.

Déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

1. $A(2\,;-1)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$
2. $A(0\,;-5)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\3\end{pmatrix}$
3. $A(\sqrt{2}\,;-3)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$
4. $A(-1\,;-3)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

## Exercice 39 : calculer la norme de ces vecteurs.

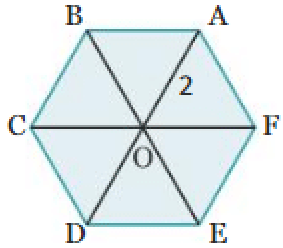
Calculer la norme de chacun des vecteurs suivants.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$
2. $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$
3. $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

## Exercice 40 : produits scalaires dans un hexagone régulier.

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O tel que $OA = 2$ cm.

Calculer les produits scalaires suivants.



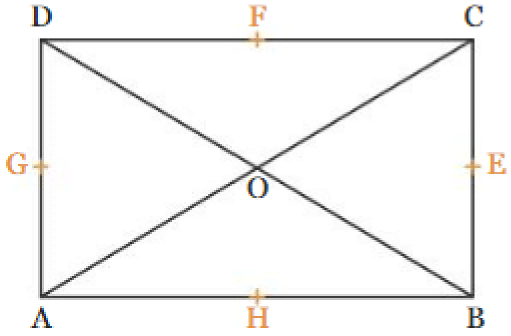

1. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$
2. $\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{OE}$
3. $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OA}$
4. $\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OC}$

## Exercice 41 : apparier chaque expression avec sa simplifiée.

On considère le rectangle $ABCD$ ci-après. $E$, $F$, $G$ et $H$ sont respectivement les milieux des côtés $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$.

$O$ est l'intersection des diagonales du rectangle.

Apparier chaque expression du produit scalaire avec son expression simplifiée.



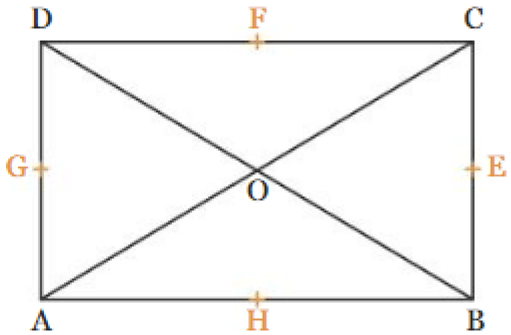

| | |
|---|---|
| $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$ |
| $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AF}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD}$ |
| $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD}$ |
| $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ |

## Exercice 42 : apparier chaque expression avec sa simplifiée.

On considère le rectangle $ABCD$ ci-après. $E$, $F$, $G$ et $H$ sont respectivement les milieux des côtés $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$.

$O$ est l'intersection des diagonales du rectangle.

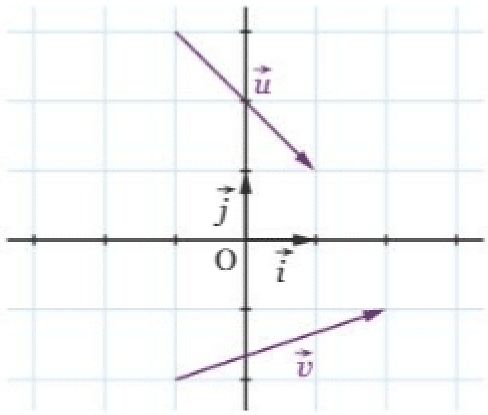
Apparier chaque expression du produit scalaire avec son expression simplifiée.




| | |
|---|---|
| $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$ |
| $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AF}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD}$ |
| $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD}$ |
| $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF}$ ◆ | ◆ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ |

## Exercice 43 : norme et produit scalaire dans un repère.

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans le repère orthonormé suivant. En lisant graphiquement les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, calculer leur norme puis le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

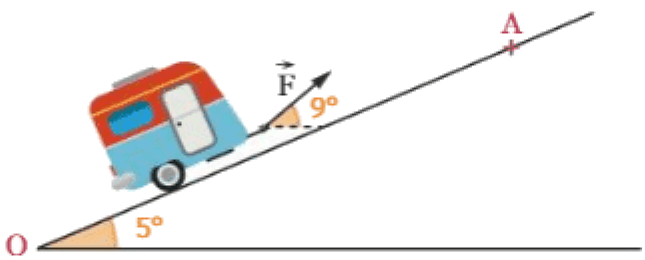



## Exercice 44 : problème de la caravane en sciences physiques.

On définit le travail W, exprimé en joule, d'une force $\vec{F}$, en newton, sur un déplacement rectiligne AB, en mètre, par le produit scalaire $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$.

**EN PHYSIQUE**

La famille Sardin part en vacances. Elle a une caravane accrochée derrière sa voiture et elle roule sur une route de montagne de 10 km, inclinée d'un angle de 5° par rapport à l'horizontale.




La traction de la caravane est modélisée par une force $\vec{F}$ d'intensité 15 000 newtons, inclinée d'un angle de 9° par rapport à l'horizontale. Calculer le travail de la force $\vec{F}$ le long de cette route. Donner l'écriture scientifique du résultat en faisant attention aux chiffres significatifs.

## Exercice 45 : déterminer la valeur de x.

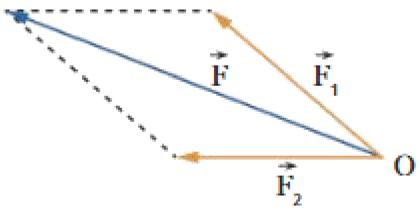
Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan avec $x \in \mathbb{R}$.

Déterminer la valeur de $x$ pour obtenir :

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$
2. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$
3. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{7}{3}$
4. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{8}$

## Exercice 46 : déterminer l'intensité de la force résultante.

On applique deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ à un solide que l'on assimile à un point $O$.
On note $\vec{F}$ la résultante de ces deux forces.




**1.** Quel est le lien entre les vecteurs $\vec{F}$, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ?

**2.** Sachant que $F_1 = 15$ N, $F_2 = 13$ N et que $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) = 40°$, déterminer l'intensité de la résultante $\|\vec{F}\|$.
Arrondir le résultat au dixième.

## Exercice 47 : pour quelle(s) valeur(s) de x les vecteurs sont orthogonaux ?.

Déterminer les éventuelles valeurs du réel $x$ pour lesquelles les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

**1.** $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

**2.** $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x-1\\4\end{pmatrix}$

**3.** $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\-2\end{pmatrix}$

**4.** $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\8\end{pmatrix}$

## Exercice 48 : démonstration avec normes et vecteurs.

On rappelle que $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = (\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v})$.

**1. a.** Démontrer que $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u}\cdot\vec{v} + \|\vec{v}\|$.

**b.** En déduire la formule :
$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$.

**2.** En raisonnant de même, démontrer les formules suivantes.

**a.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$.

**b.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{4}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$.