



Exercices sur second degré et polynômes .

Exercice 1 : tableau de valeurs et sommet d'une parabole.

Le tableau de valeurs ci-dessous est celui d'une fonction du second degré f .

X	Y ₁	
0	-17.5	
1	-7.5	
2	-1.5	
3	.5	
4	-1.5	
5	-7.5	
6	-17.5	

X=0

- 1) Quelles sont les coordonnées du sommet de sa parabole ?
- 2) Déterminer la forme canonique de f .

Exercice 2 : variations d'une fonction du second degré.

Étudier les variations de chacune des fonctions du second degré définies sur \mathbb{R} par les expressions suivantes.

- 1) $f_1(x) = (x - 1)^2 + 10$
- 2) $f_2(x) = -2(x - 5)^2 + 2$
- 3) $f_3(x) = 3x^2 + \frac{1}{3}$
- 4) $f_4(x) = -2(x + 3)^2 - 5$

Exercice 3 : variations et fonctions du second degré.

Étudier les variations de chacune des fonctions du second degré définies sur \mathbb{R} par les expressions suivantes.

1) $f_1(x) = x^2 - x + 1$

2) $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x - 5)(x + \beta)$

3) $f_3(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}$

4) $f_4(x) = 3x^2 - 6x + 3$

Exercice 4 : tableau de variation de fonctions.

Déterminer la fonction du second degré correspondant aux tableaux de variations suivants et aux valeurs données.

1) $f(0) = 1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f	$\square \swarrow 2 \searrow \square$		

2) $g(1) = 0$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
g	$\square \swarrow -2 \searrow \square$		

Exercice 5 : nombre de solutions d'équations.

Donner le nombre de solutions des équations suivantes.

1) $x^2 + x + 1 = 0$

3) $\frac{1}{2}x^2 - 4x - \frac{3}{2} = 0$

2) $-2x^2 + x + 1 = 0$

4) $\sqrt{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$

Exercice 6 : donner le nombre de solutions des équations suivantes.

Donner le nombre de solutions des équations suivantes suivant la valeur du paramètre réel m .

1) $x^2 + mx + 1 = 0$ 2) $x^2 - 2x + 3m = 0$

Résoudre les équations suivantes.

1) $x^2 + x - 2 = 0$ 3) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8} = 0$
2) $-3x^2 + 2x - 1 = 0$ 4) $-3x^2 - 1 = 0$

Résoudre les équations suivantes.

1) $-x^2 + 3 - 4x = 0$ 3) $4x^2 + 2x - \frac{1}{2} = 0$
2) $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ 4) $x(4x^2 + x + 1) = 0$

Factoriser, si possible, les trinômes du second degré suivants en un produit de polynômes de degré 1.

1) $x^2 + 3x - 4$ 3) $3x^2 - 3x + 1$
2) $x^2 + 4$ 4) $-x^2 + 4x$

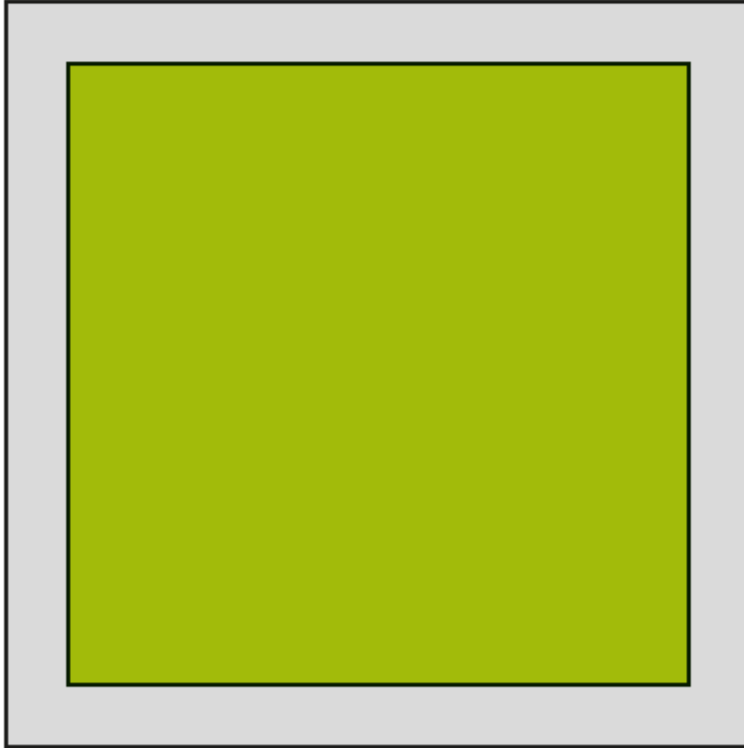
Exercice 7 : racine d'un polynôme.

Le nombre a est-il racine du trinôme $P(x)$?

1) $a = 1$ $P(x) = 8x^2 - 7x - 1$
2) $a = 0$ $P(x) = -x^2 + 2x - 1$
3) $a = -2$ $P(x) = x^2 - 2x - 4$
4) $a = 2$ $P(x) = x^2 + x + 2$

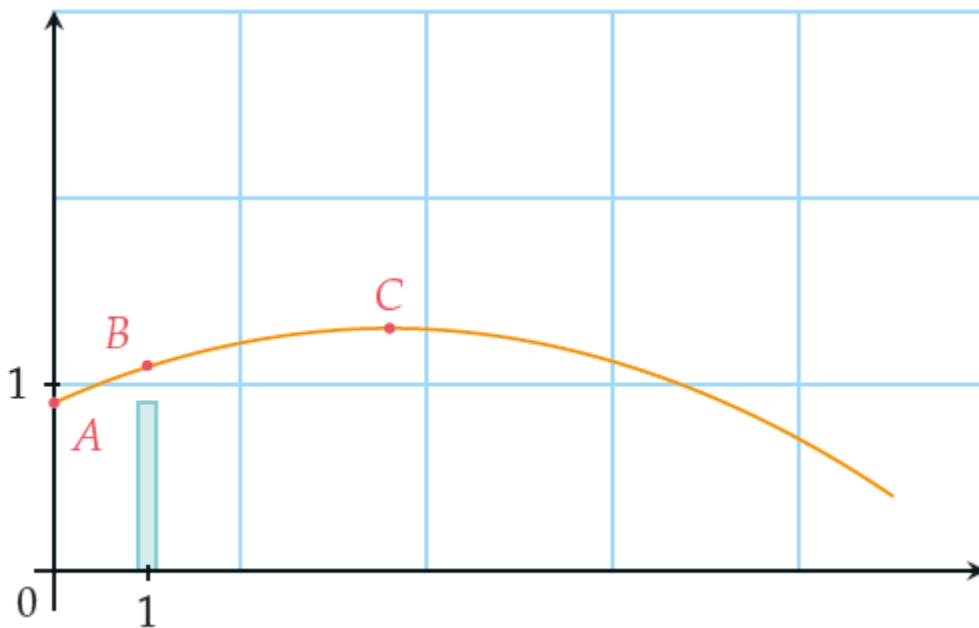
Exercice 8 : jardin et aire d'une allée.

À l'intérieur d'un jardin carré dont la longueur du côté est 10 mètres, un jardinier souhaite installer, le long du bord, une allée en graviers de largeur constante. Comment faire en sorte que l'aire de l'allée soit égale à celle du carré intérieur ?



Exercice 9 : balle et longueur d'un terrain de tennis.

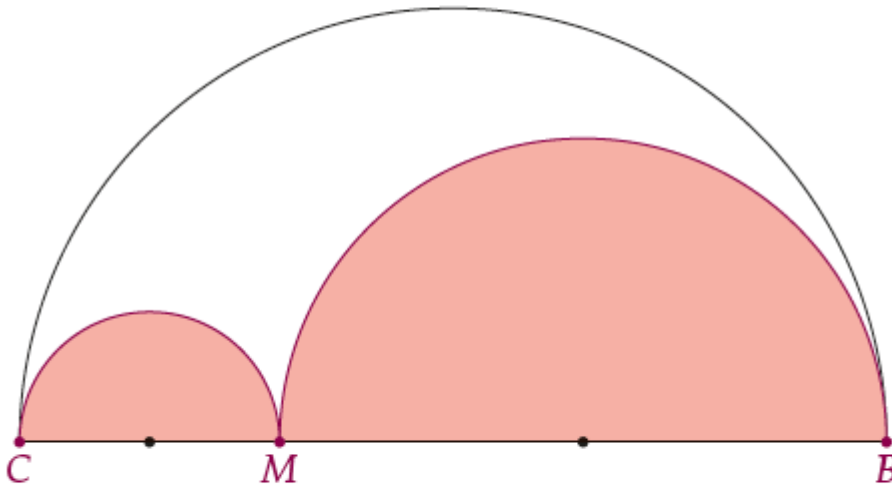
Un tennisman frappe droit devant lui une volée à 1 m du filet alors que la balle est à 0,9 m de hauteur en A . La balle franchit le filet en B à une hauteur de 1,1 m et atteint en C une hauteur maximale de 1,3 m. La longueur d'un terrain de tennis est 23,77 m. La balle sortira-t-elle du cours ?



Exercice 10 : réalisation d'un logo.

Un designer doit réaliser un logo pour une entreprise. Il veut créer la partie blanche de la figure ci-dessous, située à l'intérieur du demi-disque de diamètre $[BC]$ et à l'extérieur des demi-disques de diamètre $[CM]$ et $[MB]$ où M est un point quelconque du segment $[BC]$.

On a $BC = 10$ cm et on pose $x = CM$.



Le designer doit faire en sorte que l'aire de la partie blanche soit égale à la moitié de l'aire du demi-disque de diamètre $[BC]$.

Comment doit-il positionner le point M ?

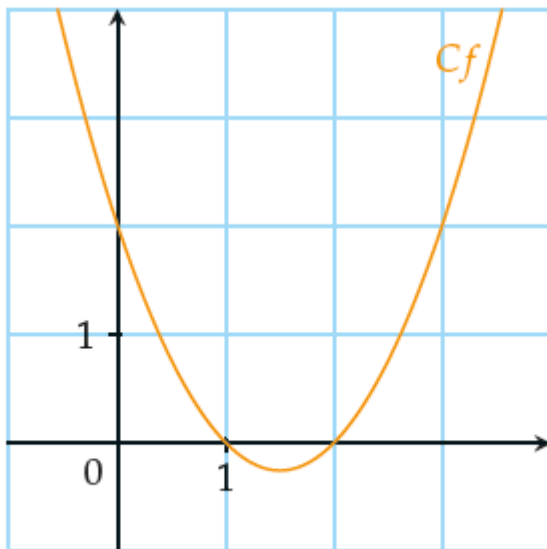
Exercice 11 : résoudre graphiquement une inéquation du second degré.

Soit C_f la courbe représentative ci-contre d'une fonction f du second degré.

Résoudre graphiquement l'inéquation :

1) $f(x) > 0$

2) $f(x) \leq 2$



Exercice 12 : résoudre les inéquations du second degré.

Résoudre les inéquations du second degré suivantes sur \mathbb{R} .

1) $\frac{1}{2}x^2 + 7x - 3 > 0$ 3) $-2x^2 - 9 \geq 0$

2) $-3x^2 + 4x + 1 \leq 0$ 4) $2x^2 - 4x < 0$

Résoudre les inéquations suivantes sur I .

1) $2x^2 + 8x > 4$ $I = \mathbb{R}$

2) $x^3 - 4x^2 + 2x - 1 \leq x^3 + 3x^2 + 2x + 48$ $I = \mathbb{R}$

3) $\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} < 1$ $I = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

4) $\frac{x^2 + x + 1}{x - 4} \geq 0$ $I = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

Résoudre les inéquations suivantes sur \mathbb{R} .

1) $x^2 - 4 > 3x$ $I = \mathbb{R}$

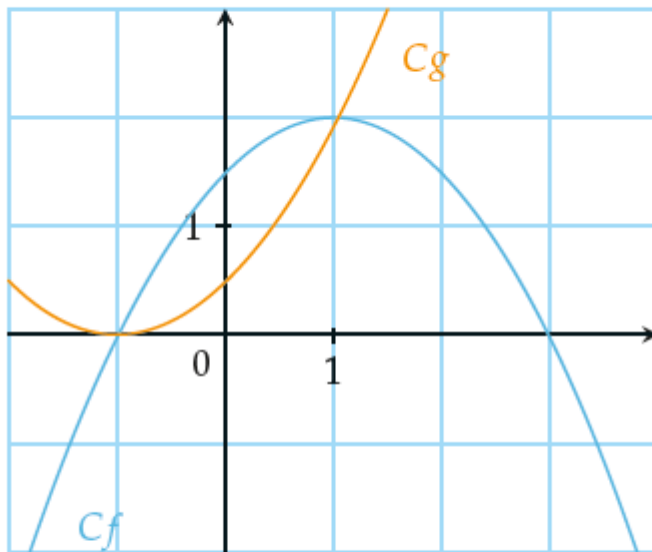
2) $2x^2 - x + 1 \leq x^2 + 3x - 4$ $I = \mathbb{R}$

3) $\frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x - 3} < \frac{1}{2}$ $I = \mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$

4) $\frac{x + 1}{2x^2 - 5x - 4} < 0$ $I = \mathbb{R}$

Exercice 13 : résoudre graphiquement des inéquations.

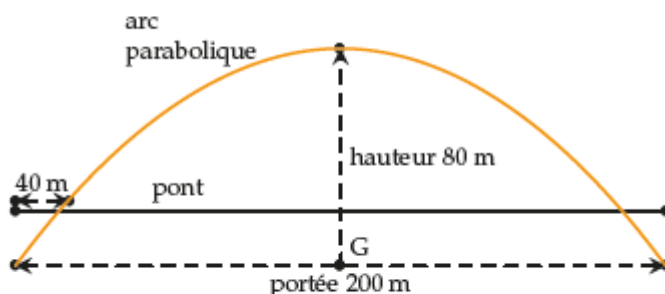
Soit C_f et C_g les courbes représentatives de deux fonctions du second degré f et g .



- 1) Résoudre graphiquement :
 - a) $f(x) \geq 0$
 - b) $f(x) > g(x)$
- 2) Donner, à l'aide du graphique, la position relative des courbes C_f et C_g .

Exercice 14 : un pont et un arc parabolique.

Un pont est soutenu par un arc parabolique d'une portée de 200 m et d'une hauteur de 80 m. Le pont et l'arc se coupent à 40 m de la rive.



Quelle est la hauteur du pont ?

Exercice 15 : solution d'une équation.

Dans chacun des cas suivants, le nombre a est-il solution de l'équation ?

- 1) $a = 1$ $2x - 1 = 0$
- 2) $a = 2$ $2x^2 + 2x - 6 = 0$
- 3) $a = 0$ $x^2 - 2x = 0$
- 4) $a = -1$ $2x^2 + x - 1 = 0$
- 5) $a = 3$ $(2x - 6)(x - 1) = 0$
- 6) $a = -2$ $-2x^2 - 1 = 0$

Exercice 16 : nombre de solutions d'une équation.

Dans chacun des cas suivants, quel est le nombre de solutions de l'équation ?

- 1) $3x^2 + x - 2 = 0$
- 2) $3x^2 + 2 = 0$
- 3) $x^2 - x = 0$
- 4) $2(x - 1)^2 = 0$

Exercice 17 : fonctions du second degré.

Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions du second degré ? Si oui, donner leurs coefficients a , b et c .

- 1) $f_1(x) = (x - 3)(5 - 2x)$
- 2) $f_2(x) = 2x^2 + 3\sqrt{x} - 1$
- 3) $f_3(x) = \sqrt{7}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$
- 4) $f_4(x) = 3x - 1 - 2x^2$

Exercice 18 : trinômes du second degré.

Les expressions suivantes sont-elles des trinômes du second degré ? Si oui, préciser les coefficients a , b et c .

1) $\frac{3}{4}(x+4)^2 + 1$

3) $\frac{x^2 + 3x + 1}{2}$

2) $3x^3 - 2x^2 + x + \frac{3}{2}$

4) $(2x - 1)^2 + (2 - 3x)^2$

Exercice 19 : mettre sous forme canonique les fonctions polynômes.

Mettre sous forme canonique les fonctions polynômes suivantes.

1) $f(x) = \frac{1}{2}((x-3)^2 + 4)$

2) $g(x) = (x-3)^2 + (1-2x)^2$

3) $h(x) = 2(x-1)(x+3)$

4) $k(t) = 2t^2 + 8t + 8$

Exercice 20 : minimum d'une fonction.

On considère la fonction du second degré f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{39}{2}.$$

1) Montrer que la forme canonique de f est :

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + 7.$$

2) En déduire le minimum de f sur \mathbb{R} .

Exercice 21 : formes canoniques de fonctions.

— On considère la fonction du second degré f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x + \frac{17}{3}.$$

Marina, Hicham, Sophie et Joël, quatre élèves de 1^{re} S proposent leur réponse.

$$\text{Marina : } f(x) = \frac{2}{3}(x - 4)^2 - 5$$

$$\text{Hicham : } f(x) = \frac{2}{3}(x + 4)^2 - 5$$

$$\text{Sophie : } f(x) = \frac{2}{3}(x - 4) - 5$$

$$\text{Joël : } f(x) = 2(x + 4)^2 - 5$$

Leur professeur dit « Je peux éliminer trois réponses sans faire de calculs ».

Quelles réponses peuvent être éliminées sans faire de calcul ?

Exercice 22 : associer les courbes des fonctions et leur forme canonique.

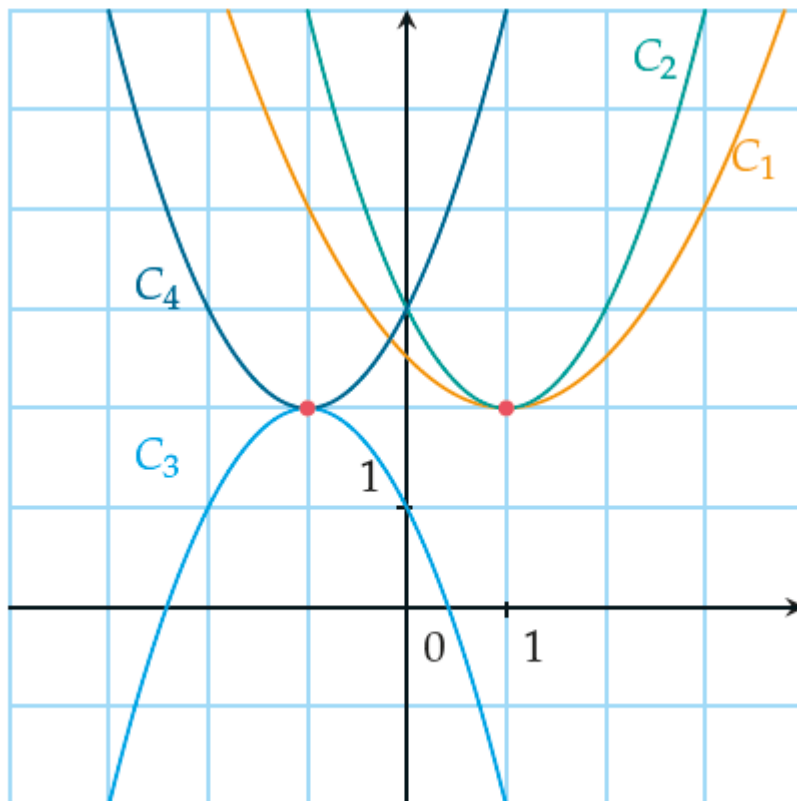
Associer les courbes C_1 , C_2 , C_3 et C_4 des fonctions du second degré suivantes à leur forme canonique en justifiant.

1) $f_1(x) = (x - 1)^2 + 2$

2) $f_2(x) = -(x + 1)^2 + 2$

3) $f_3(x) = (x + 1)^2 + 2$

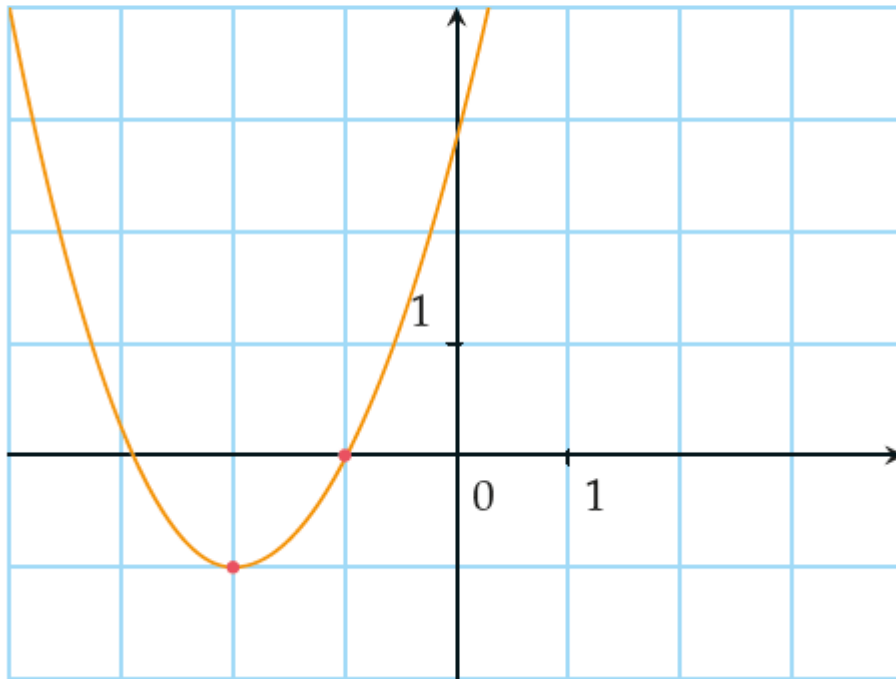
4) $f_4(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$



Exercice 23 : parabole et forme canonique.

La parabole ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f .

Déterminer la forme canonique de f .



Exercice 24 : factorisation de polynômes du second degré.

Compléter dans chaque cas.

- 1) $x^2 - 6x + 9 = (x - \dots)^2$ donc $x^2 - 6x = (x - \dots)^2 - \dots$
- 2) $x^2 + 4x + 4 = (x + \dots)^2$ donc $x^2 + 4x = (x + \dots)^2 - 4$
- 3) $x^2 + 2x = (x + \dots)^2 - \dots$
- 4) $x^2 - 2x = (x - \dots)^2 - \dots$

Exercice 25 : associer la forme canonique à chacun des trinômes.

À chacun des trinômes du second degré suivants, associer sa forme canonique.

Trinôme	Forme canonique
$1 - 3x^2$	$3(x - 1)^2 + 2$
$3x^2 - 6x + 5$	$3(x - 1)^2 + 5$
$-3x^2 + 6x + 8$	$-3x^2 + 1$
$3x^2 - 6x + 8$	$3(x + 1)^2 + 5$
$3x^2 + 6x + 8$	$-3(x - 1)^2 + 11$

Exercice 26 : forme canonique d'une fonction du second degré.

Les expressions suivantes peuvent-elles être la forme canonique d'une fonction f du second degré ?
Si oui préciser a , α et β .

- 1) $f_1(x) = x^2 + 3$
- 2) $f_2(x) = (x - 1) + 2$
- 3) $f_3(x) = (x + \sqrt{5})^2$
- 4) $f_4(x) = (x + 1)^2 - (x - 2)^2$

Exercice 27 : résoudre des équations du second degré.

- 1) Résoudre l'équation $x^2 - 3x + 2 = 0$.
- 2) Réaliser le tableau de signes du trinôme $x^2 - 3x + 2$.
- 3) Résoudre l'inéquation $x^2 - 3x + 2 > 0$.

Exercice 28 : fonctions du second degré.

Les fonctions suivantes sont-elles du second degré ?

Si oui, préciser a , b et c les coefficients du trinôme.

1) $f_1(x) = 2x^2 + 3$

2) $f_2(x) = 2x^3 + 3x$

3) $f_3(x) = \frac{-x^2 + 4x + 2}{3}$

4) $f_4(x) = \frac{1}{2} + x^2 - 4x$

Exercice 29 : courbes et équations de paraboles.

Les courbes correspondant aux équations suivantes sont-elles des paraboles ?

1) $y = 2x - 1$

2) $y = 2x^2 - 1$

3) $y = \frac{1}{x}$

4) $y^2 = x^2$

Exercice 30 : fonction trinôme et racine.



Exercice 31 : forme canonique d'un trinôme.



Exercice 32 : courbe et second degré.



Exercice 33 : calculer le discriminant.



Exercice 34 : résoudre les équations du second degré.



Exercice 35 : résoudre les inéquations du second degré.



Exercice 36 : donner la somme et le produit des racines.



Exercice 37 : discriminant et sommet d'une parabole.



Exercice 38 : algorithme en Python.



Exercice 39 : ordonnée des points d'intersection.



Exercice 40 : discriminant et paramètre.



Exercice 41 : déterminer les racines.



Exercice 42 : coordonnées du sommet de la parabole.



Exercice 43 : aire de la surface bleue.



Exercice 44 : parabole et tableau de variations.



Exercice 45 : fonctions trinômes du second degré.



Exercice 46 : aire minimale du triangle.



Exercice 47 : résoudre les équations et les inéquations.



Exercice 48 : problème de la résistance équivalente.

