

Exercice : suite géométrique et logarithme népérien

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{2}$.

- 1) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n et u_n en fonction de n .
 - c) En déduire la limite de la suite (u_n) .
- 2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $w_n = \ln(v_n)$.
 - a) Montrer que la suite (w_n) est bien définie.
 - b) Montrer que la suite (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer w_n en fonction de n .