

**Exercice 6 : calculer la norme du vecteur normal**

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on considère un point  $A(x_A; y_A; z_A)$  et un plan  $(\mathcal{P})$  d'équation cartésienne  $ax + by + cz + d = 0$  et de vecteur normal  $\vec{n}$ .

- 1) Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(\mathcal{P})$ .
  - a) Faire un schéma.
  - b) Démontrer que si  $M$  est un point de  $(\mathcal{P})$  distinct de  $H$ , alors  $AM > AH$ .
- 2) On pose  $\overrightarrow{AH} = \lambda \vec{n}$ .
  - a) Démontrer que :  $\lambda = -\frac{ax_A + by_A + cz_A + d}{\|\vec{n}\|^2}$
  - b) En déduire une expression de  $AH$  en fonction des coordonnées de  $A$ , des coefficients  $a, b, c$  et  $d$  et de  $\|\vec{n}\|$ .

**3) Application.**

On reprend la figure de l'exercice où une équation cartésienne de  $(FHI)$  est  $3x + 3y + 2z - 5 = 0$ .

Déterminer les distances des points suivants au plan  $(FHI)$  :

- a)  $G$ ;      b)  $A$ ;      c)  $B$ ;      d)  $D$ .