Niveau : seconde

Résolution de systèmes de deux équations à deux inconnues

Exercice 21 : le pivot de Gauss

Le pivot de Gauss

Considérons le système suivant :

$$(S)\begin{cases} x+y-2z=2 & (L_1) \\ 2x+4y-6z=2 & (L_2) \\ 3x+8y-8z=10 & (L_3) \end{cases}$$

Voici une méthode de résolution appelée « pivot de Gauss ».

Étape ❶. On conserve (L_1) qui sert de « pivot » pour éliminer x dans (L_2) et (L_3) par combinaison linéaire.

$$(S) \text{ équivaut à } \begin{cases} x+y-2z=2 & (L_1) \\ y-z=-1 & (L_2) \leftarrow (L_2)-2(L_1) \\ 5y-2z=4 & (L_3) \leftarrow (L_3)-3(L_1) \end{cases}$$

Étape ❷. (L_1) reste inchangée. (L_2) sert de « pivot » pour éliminer y dans (L_3).

$$(S) \text{ équivaut à } \begin{cases} x+y-2z=2 & (L_1) \\ y-z=-1 & (L_2) \\ 3z=9 & (L_3) \leftarrow (L_3)-5(L_2) \end{cases}$$

Étape ❸. On résout (L_3), puis on résout le système.

$$(S) \text{ équivaut à } \begin{cases} x+y-2z=2 & (L_1) \\ y-3=-1 & (L_2) \\ z=3 & (L_3) \end{cases}$$

$$(S)\begin{cases} x+2-2\times 3=2 & (L_1) \\ y=2 & (L_2) \\ z=3 & (L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 & (L_1) \\ y=2 & (L_2) \\ z=3 & (L_3) \end{cases}$$

Finalement l'ensemble solution est $S=\{(6;2;3)\}$.

Résoudre le système : $(S_1)\begin{cases} x-y+3z=13 \\ -x+3y+2z=-22 \\ 3x+y+8z=20 \end{cases}$