Exercices sur vecteurs et droites du plan .

Exercice 1 : déterminer si les droites sont parallèles.

Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1) $A(3\,;\,-2)$, $B(-1\,;\,-1)$, $C(-3\,;\,2)$ et $D(1\,;\,3)$
2) $A(-9\,;\,-2)$, $B(1\,;\,3)$, $C(3\,;\,-2)$ et $D(1\,;\,-3)$
3) $A(-1\,;\,2)$, $B(-1\,;\,3)$, $C(3\,;\,2)$ et $D(4\,;\,2)$
4) $A\left(-\frac{1}{2}\,;\,\frac{7}{3}\right)$, $B\left(\frac{3}{2}\,;\,3\right)$, $C\left(\frac{9}{5}\,;\,-1\right)$ et $D\left(-\frac{6}{5}\,;\,-2\right)$
5) $A(14\,;\,4)$, $B(-18\,;\,-12)$, $C(2\,;\,4)$ et $D(-18\,;\,-4)$

Exercice 2 : montrer que des droites sont parallèles.

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les droites (CD) et (EH) sont parallèles.

1) $E(2\,;\,6)$, $H(10\,;\,6)$, $C(1\,;\,1)$ et $D(9\,;\,-1)$
2) $E(-3\,;\,10)$, $H(-3\,;\,2)$, $C(4\,;\,7)$ et $D(4\,;\,8)$
3) $E(2\,;\,3)$, $H\left(3\,;\,\frac{9}{2}\right)$, $C(-3\,;\,2)$ et $D(-1\,;\,5)$
4) $E\left(-\frac{2}{3}\,;\,-\frac{3}{4}\right)$, $H(1\,;\,-2)$, $C(1\,;\,-1)$ et $D(9\,;\,-7)$
5) $E\left(\sqrt{2}\,;\,\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $H\left(0\,;\,\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$, $C(\sqrt{3}\,;\,\sqrt{2})$ et $D(-\sqrt{3}\,;\,0)$

Exercice 3 : déterminer si des points sont alignés.

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les points A, B et C sont alignés.

1) $A(-9\,;\,4)$, $B(1\,;\,-1)$ et $C(4\,;\,-2)$

2) $A(-4\,;\,0)$, $B(-2\,;\,1)$ et $C\left(3\,;\,\dfrac{7}{2}\right)$

3) $A(-4\,;\,4)$, $B(-4\,;\,6)$ et $C(-3\,;\,2)$

Exercice 4 : vecteurs colinéaires.

Déterminer si les couples de vecteurs suivants sont colinéaires.

1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$

2) $\vec{a}\begin{pmatrix} \dfrac{5}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} \dfrac{15}{4} \\ \dfrac{9}{2} \end{pmatrix}$

3) $\vec{r}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{s}\begin{pmatrix} -2 \\ -3\sqrt{2} \end{pmatrix}$

4) $\vec{a}\begin{pmatrix} \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{5}{12} \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} \dfrac{14}{5} \\ \dfrac{6}{7} \end{pmatrix}$

5) $\vec{b}\begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ -4\sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \sqrt{20} \\ -\sqrt{24} \end{pmatrix}$

Exercice 5 : vérifier si des points sont alignés.

Dans chacun des cas, déterminer si les points suivants sont alignés.

1) $F\left(\frac{2}{3}\,;\,1\right)$, $G\left(-2\,;\,\frac{1}{3}\right)$ et $H(5\,;\,2)$

2) $B(0\,;\,0)$, $C(\sqrt{2}\,;\,\sqrt{6})$ et $D(4\,;\,4\sqrt{3})$

3) $E(1\,;\,2)$, $F(-3\,;\,8{,}28)$ et $G(3\,;\,2-\pi)$

4) $A(-6\,;\,4)$, $B(\sqrt{2}-2\,;\,-\sqrt{2})$ et $D(\sqrt{5}-2\,;\,-\sqrt{5})$

5) $C(\pi\,;\,\pi)$, $D(1\,;\,2-\pi)$ et $H(\pi-4\,;\,\pi-2)$

Exercice 6 : vecteurs colinéaires et parallélogramme.

Indiquer, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

2) Si $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

3) Si $\overrightarrow{EF} = \frac{5}{6}\overrightarrow{FG}$, alors E est un point de $[FG]$.

4) Pour tout réel x, $\vec{u}\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \sqrt{18} \\ 3x \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

Exercice 7 : déterminer les valeurs de x pour que les vecteurs soient colinéaires.

Soit x un réel.

Déterminer toutes les valeurs de x possibles pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2x+1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

3) $\vec{u}\begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ x \end{pmatrix}$

4) $\vec{u}\begin{pmatrix} x+1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ x \end{pmatrix}$

Exercice 8 : déterminer les coordonnées des points d'intersection.

On considère les points $A(7\,;\,-1)$ et $B(-7\,;\,4)$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (AB) avec les axes du repère.

Exercice 9 : montrer que les vecteurs sont colinéaires avec la relation de Chasles.

A, B et C sont trois points du plan.

Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1) $\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = -12\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2) $\vec{u} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 3\overrightarrow{AB} + \frac{15}{4}\overrightarrow{AC}$

3) $\vec{u} = \frac{5}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{15}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -6\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Exercice 10 : relation de Chasles et colinéarité.

On considère deux points A et B et un point M tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ où k est un réel.

Déterminer la ou les valeur(s) de k telles que :

1) A soit le milieu de $[MB]$;

2) M soit sur le cercle de centre B et de rayon $2AB$;

3) M appartienne à $[BA)$.

Exercice 11 : relation de Chasles et placement de points.

On considère un triangle quelconque ABC.

1) Faire une figure.

2) On considère le point M tel que :

$$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

a) En utilisant la relation de Chasles, exprimer le vecteur $\overrightarrow{AM}$ à l'aide de vecteurs formés des points A, B et C uniquement.

b) Que peut-on dire des points A, C et M ?

c) Placer le point M sur la figure.

Exercice 12 : droites et points d'intersection.

On considère les droites d et d' d'équation respective $x - 4y - 5 = 0$ et $-2x + 3y = 4$.

1) a) Le point $A(1\ ;\ -1)$ appartient-il à la droite d ?

b) Déterminer les coordonnées du point E d'abscisse 5 appartenant à la droite d.

c) Tracer la droite d dans un repère.

2) Tracer dans le même repère la droite d'.

On considère les droites d et d' d'équation respective $2x + y + 3 = 0$ et $3x - y + 1 = 0$.

1) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de d avec les axes du repère.

b) Tracer la droite d.

2) a) Trouver deux points à coordonnées entières qui appartiennent à d'.

b) Tracer la droite d' dans le repère précédent.

Exercice 13 : des équations de droites et des points inconnus.

Tracer dans un repère les droites d et d' d'équation respective $4x - y + 5 = 0$ et $-x + 1,5y - 3,5 = 0$.

Points inconnus

On considère un paramètre réel m.

1) Soit d la droite d'équation $2x - 5y + 2 = 0$.
Trouver les éventuelles valeurs de m telles que $A \in d$.

a) $A\left(m\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right)$

b) $A(0\ ;\ m^2)$

c) $A(5m\ ;\ 2m+1)$

d) $A(m^2 - 1\ ;\ m)$

2) Reprendre la question précédente avec la droite d' d'équation $4x + 5 = 0$.

Exercice 14 : déterminer une équation cartésiennne.

Déterminer une équation cartésienne de la droite :

1) d_1 passant par $A(4\ ;\ -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) d_2 passant par $B(0\ ;\ 0)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

3) d_3 passant par $C(0\ ;\ -1)$ et de vecteur directeur $\vec{r}\begin{pmatrix} 1/3 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

4) d_4 passant par $D(1\ ;\ 1)$ et de vecteur directeur $\vec{s}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 15 : donner un vecteur directeur de la droite.

Donner un vecteur directeur et un point de la droite d d'équation.

1) $-x+y=3$

2) $12x+25y-7=0$

3) $y-7x=-8$

4) $-2x+1=0$

5) $y=2x-5$

6) $\frac{x}{3}+y-1=0$

Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) dans les cas suivants :

1) $A(1\ ;\ 2)$ et $B(0\ ;\ 3)$

2) $A(0\ ;\ 5)$ et $B(-1\ ;\ 5)$

3) $A(0\ ;\ 1)$ et $B(1\ ;\ 0)$

4) $A\left(\frac{1}{2}\ ;\ -1\right)$ et $B(2\ ;\ -4)$

Exercice 16 : déterminer une équation cartésienne.

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par les points :

1) $C(2\,;\,0)$ et $D(4\,;\,-3)$

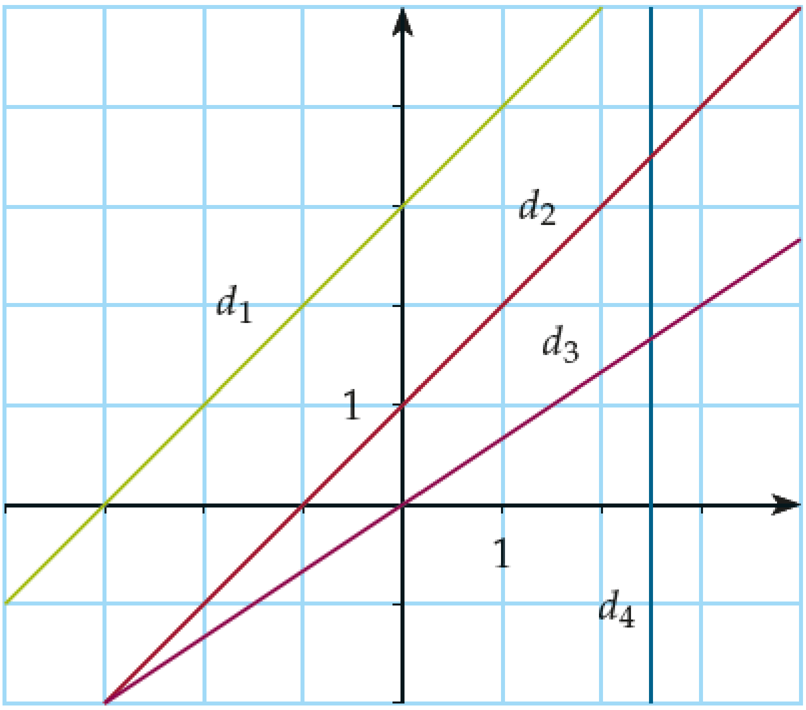
2) $E(2\,;\,3)$ et $H(2\,;\,-6)$

3) $F\left(\frac{1}{3}\,;\,3\right)$ et $R\left(2\,;\,-\frac{1}{5}\right)$

4) $L\left(\frac{1}{3}\,;\,5\right)$ et $N\left(\frac{4}{3}\,;\,-\frac{1}{2}\right)$

Exercice 17 : associer chaque droite à son équation.

On considère les quatre droites d_1, d_2, d_3 et d_4 tracées dans le repère ci-dessous.



Associer chaque droite à son équation.

1) $-x+y-1=0$

2) $2x-5=0$

3) $2x-2y+6=0$

4) $2x-3y=0$

Exercice 18 : vecteurs colinéaires.

Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

2) $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

3) $\vec{u}\begin{pmatrix} -14 \\ 28 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -8 \\ 12 \end{pmatrix}$

Exercice 19 : coordonnées et équation cartésienne d'une droite.

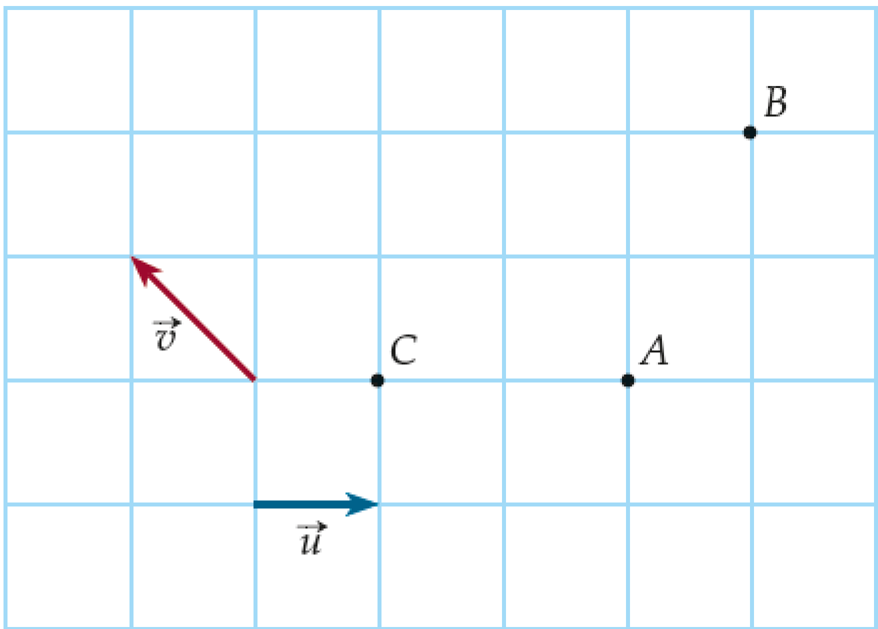
On considère la droite d d'équation cartésienne $-2x + 3y - 4 = 0$.

1) Le point $A(-1\,;\,2)$ appartient-il à la droite d ?

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d avec l'axe des abscisses.

Exercice 20 : décomposition de vecteurs.

On considère le graphique ci-dessous.



Donner la décomposition des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ selon les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Exercice 21 : déterminer l'équation réduite d'une droite.

Déterminer une équation de la droite d passant par $A(0\,;\,1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Déterminer un vecteur directeur de la droite d d'équation $y - 3x = 4$.

Donner l'équation réduite des droites suivantes.

1) d d'équation $x - y + 2 = 0$
2) d' d'équation $6x + 2y = 1$