



Exercices sur angles orientés et trigonométrie .

Exercice 1 : donner plusieurs nombres réels ayant le même point-image.

Donner plusieurs nombres réels qui ont même point-image que :

1) $\frac{2\pi}{3}$

3) $-\frac{27\pi}{4}$

2) $-\frac{\pi}{5}$

4) $\frac{3\pi}{10}$

Donner tous les nombres réels qui ont même point-image que :

1) $\frac{\pi}{3}$

2) $-\frac{3\pi}{5}$

Exercice 2 : convertir les mesures des angles orientés.

1) Convertir les mesures des angles orientés suivants en degré :

$$\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{5}, \frac{5\pi}{8} \text{ et } \frac{2\pi}{3}.$$

2) Placer sur le cercle trigonométrique les points-images des nombres réels précédents.

Exercice 3 : cercle trigonométrique et angles orientés.

- 1) Convertir les mesures des angles orientés suivants en degré :

$$\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{10}, \frac{2\pi}{5}, \frac{7\pi}{8} \text{ et } \frac{\pi}{4}.$$

- 2) Placer sur le cercle trigonométrique les points-images des nombres réels précédents.

Exercice 4 : placer les point-image sur le cercle trigonométrique.

Placer sur le cercle trigonométrique les points-images des nombres réels suivants :

$$-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{8}, -\frac{5\pi}{8} \text{ et } \frac{17\pi}{6}.$$

Exercice 5 : représenter l'arc de cercle sur le cercle trigonométrique.

Représenter en rouge sur le cercle trigonométrique, orienté dans le sens direct, l'arc de cercle correspondant aux points-images des nombres réels compris dans :

1) $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

3) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right]$

2) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$

4) $\left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right] \cup \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Exercice 6 : donner la mesure des angles orientés.

On considère les points A , B , C , D et E , respectivement point-images des nombres suivants :

$$\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, -\frac{3\pi}{4} \text{ et } -\frac{\pi}{4}.$$

Donner une mesure des angles orientés suivants :

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) (\vec{OI}, \vec{OA}) | 4) (\vec{OD}, \vec{OB}) |
| 2) (\vec{OA}, \vec{OB}) | 5) (\vec{OC}, \vec{OE}) |
| 3) (\vec{OC}, \vec{OA}) | 6) (\vec{OE}, \vec{OD}) |

Exercice 7 : angles orientés dans un carré.

$ABCD$ est un carré de centre O .

Donner une mesure des angles orientés suivants :

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) (\vec{OA}, \vec{OB}) | 4) (\vec{AO}, \vec{AD}) |
| 2) (\vec{OA}, \vec{OC}) | 5) (\vec{CB}, \vec{CD}) |
| 3) (\vec{OB}, \vec{OA}) | 6) (\vec{CA}, \vec{CB}) |

Exercice 8 : mesure principale d'un angle orienté².

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $-\frac{7\pi}{5}$ | 3) $\frac{4\pi}{3}$ |
| 2) $\frac{18\pi}{4}$ | 4) $\frac{7\pi}{10}$ |

Exercice 9 : mesure principale d'un angle .

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

1) $-\frac{21\pi}{4}$

2) $\frac{37\pi}{7}$

3) $-\frac{2\pi}{3}$

4) $\frac{23\pi}{10}$

Exercice 10 : vecteurs et mesure principale d'un angle orienté.

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls tels que :

$$(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}.$$

Donner la mesure principale des angles orientés suivants :

1) $(-\vec{u}, -\vec{v})$

2) (\vec{v}, \vec{u})

3) $(-\vec{v}, -\vec{v})$

4) $(-\vec{v}, \vec{u})$

Exercice 11 : mesure principale et vecteurs.

Soit A, B et C trois points tels que :

$$(\vec{AB}, \vec{AC}) = -\frac{\pi}{5}.$$

Donner la mesure principale des angles orientés suivants :

1) (\vec{BA}, \vec{AC})

2) (\vec{AC}, \vec{BA})

3) (\vec{AC}, \vec{AB})

4) (\vec{AB}, \vec{CA})

Exercice 12 : démontrer qu'un triangle est rectangle.

Soit A, B, C et D des points du plan tels que $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{6}$ et $(\vec{AC}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{3}$.

Démontrer que le triangle ABD est rectangle en A .

A, B, C et D sont des points tels que :

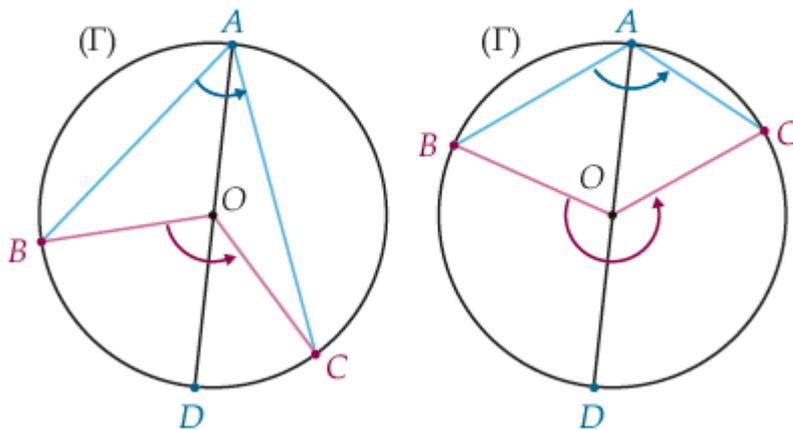
$(\vec{CB}, \vec{CA}) = \frac{\pi}{3}$, BCA est rectangle en B et direct (c'est-

à-dire) $(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{2}$ et $(\vec{AD}, \vec{AB}) = \frac{5\pi}{6}$.

Montrer que les points A, C et D sont alignés.

Exercice 13 : relation de Chasles et somme des angles d'un triangle.

Soit A, B et C trois points d'un cercle (Γ) de centre O . Soit D le point diamétralement opposé à A sur (Γ) .



- 1) a) Montrer en utilisant la relation de Chasles que $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}) = \pi - (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.
- b) Exprimer que la somme des angles du triangle AOB est égale à π .
- c) En déduire que $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}) = 2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO})$.
- 2) On peut montrer de même que : $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC})$.
En déduire que $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- 3) Compléter l'énoncé du théorème :
« L'angle au est égal au double de l'angle inscrit interceptant le même »

Relation de Chasle

Exercice 14 : construire des point avec des angles orientés.

Problème de construction

Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 4$ cm.

- 1) Construire le point C tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$ et $AB = AC$.
- 2) Construire le point D tel que ACD soit un triangle équilatéral et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{\pi}{3}$.
- 3) Construire le point E tel que $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}) = \frac{11\pi}{12}$ et $DE = 3$ cm.
- 4) Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- 5) Construire F tel que A, F et C soient alignés et $(\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{CD}) = \frac{5\pi}{12}$.
- 6) Démontrer que les droites (AB) et (BF) sont perpendiculaires.

Exercice 15 : déterminer si il existe un nombre réel.

Déterminer dans chaque cas, s'il existe, le nombre réel x tel que :

- 1) $\sin x = -0,8$ et $x \in]-\frac{\pi}{2}; 0[$
- 2) $\sin x = 1,2$ et $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$

Exercice 16 : résoudre un système d'inéquations.

Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} \cos x \geq \frac{1}{2} \\ \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Exercice 17 : mesure d'un angle géométrique.

Préciser la mesure de l'angle géométrique correspondant en degré.

x (rad)	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{5}$	π	$\frac{4\pi}{3}$
x (degré)						

Donner une mesure en radian des angles géométriques suivants.

x (degré)	30	45	75	90	135	150
x (rad)						

Vrai ou Faux

Ces nombres ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

1) $\frac{\pi}{5}$ et $-\frac{4\pi}{5}$

3) $-\frac{3\pi}{5}$ et $\frac{7\pi}{5}$

2) $\frac{\pi}{5}$ et $\frac{21\pi}{5}$

4) $-\frac{3\pi}{5}$ et $-\frac{18\pi}{5}$

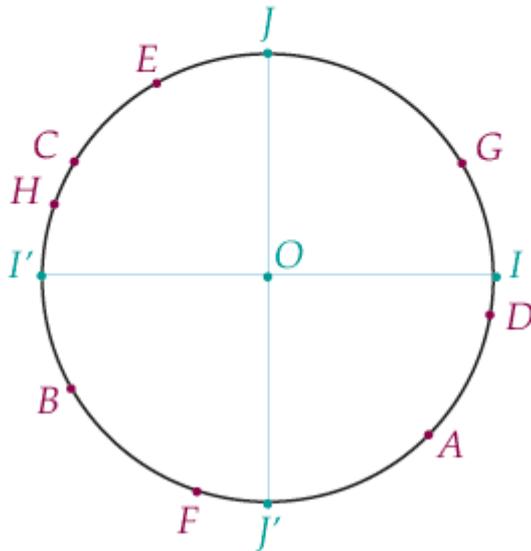
Exercice 18 : mesure principale d'un angle et vecteurs.

Compléter le tableau.

x en radian	$\frac{\pi}{3}$...	$-\frac{\pi}{4}$		$\frac{7\pi}{6}$...
$\cos x$...	$-\frac{1}{2}$...	0	...	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin x$...	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$...	-1	...	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 21 : cercle trigonométrique et point-image.

Les points A, B, C, D, E, F, G et H sont placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous.



- 1) À l'aide d'un rapporteur, associer à chaque point (de A à F) le nombre réel de l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ dont il est le point-image :

$$\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, -\frac{6\pi}{10} \text{ et } \frac{9\pi}{10}.$$

- 2) Donner les nombres réels dont les points-images sont les points précédents (de A à F), cette fois, dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$.

Exercice 22 : qCM sur la trigonométrie.

Soit $(O ; I, J)$ un repère orthonormé du plan.

Si M est un point du cercle trigonométrique tel que :

- a $\widehat{IOM} = 72^\circ$, alors M est le point image de $\frac{\pi}{5}$.
- b $\widehat{IOM} = 260^\circ$, alors M est le point image de $\frac{10\pi}{9}$.
- c $\widehat{IOM} = 126^\circ$, alors M est le point image de $\frac{7\pi}{10}$.
- d $\widehat{IOM} = 60^\circ$, alors M est le point image de $\frac{\pi}{6}$.

Exercice 23 : qCm sur les points images.

Dans la liste des nombres réels ci-dessous, un seul nombre n'admet pas le même point image que les autres sur un cercle trigonométrique. Lequel ?

- a $\frac{29\pi}{6}$
- b $\frac{125\pi}{6}$
- c $\frac{-31\pi}{6}$
- d $\frac{-85\pi}{6}$

Exercice 24 : quelle proposition est vraie ?

Soit $a = \frac{-\pi}{4}$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

- a $\sin(a) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- b $\sin(a) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c $\cos(a) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- d $\cos(a) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 25 : quel est le signe du cosinus et du sinus ?

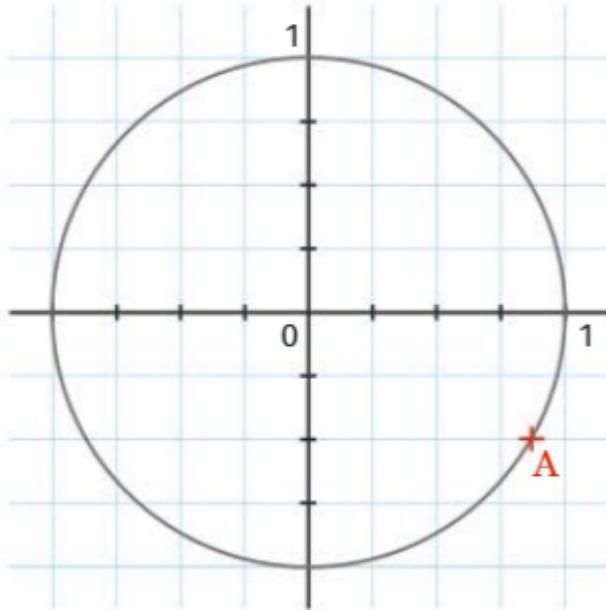
Le réel $\frac{7\pi}{12}$ admet :

- a un cosinus positif et un sinus positif.
- b un cosinus positif et un sinus négatif.
- c un cosinus négatif et un sinus positif.
- d un cosinus négatif et un sinus négatif.

Exercice 26 : déterminer un point image.

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, A est le point image de :

- a $-\frac{5\pi}{6}$
 b $\frac{11\pi}{6}$
 c $\frac{47\pi}{6}$
 d $-\frac{\pi}{6}$

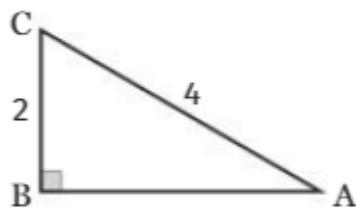


Exercice 27 : qCm sur les longueurs et les angles.

$\sin\left(-\frac{21\pi}{6}\right)$ est égal à :

- a $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$
 b $\frac{\pi}{2}$
 c 1
 d -1

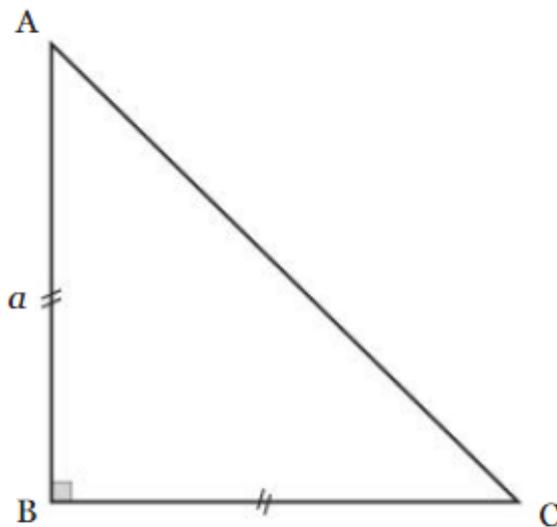
Dans la figure ci-dessous :



- a $\widehat{BCA} = 30^\circ$
 c $BA = 2\sqrt{3}$
 b $\widehat{BAC} = 30^\circ$
 d $BA = \sqrt{12}$

Exercice 28 : calculs dans un triangle rectangle.

On s'intéresse à un triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que $AB = BC = a$.

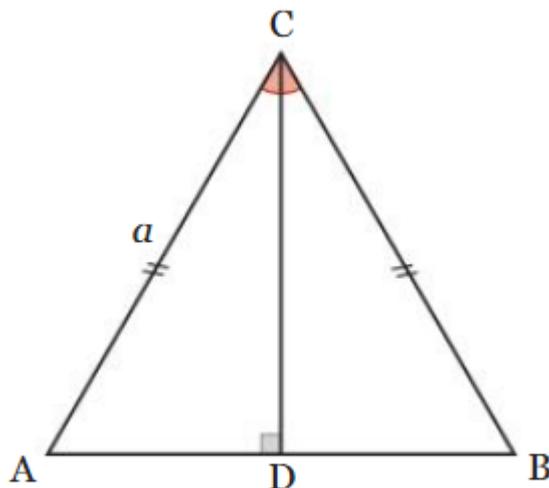


1. Déterminer, en justifiant, la mesure de \widehat{BAC} .
2. En utilisant les formules de trigonométrie dans le triangle rectangle, déterminer les valeurs exactes de $\cos(\widehat{BAC})$ et de $\sin(\widehat{BAC})$.

Exercice 29 : trigonométrie et triangle équilatéral.

On s'intéresse à un triangle équilatéral ABC de côté a .

On appelle D le pied de la hauteur issue de C .

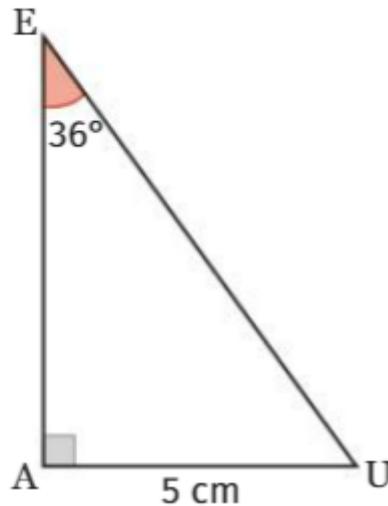


1. Déterminer, en justifiant, la mesure de \widehat{ACD} .
2. En utilisant les formules de trigonométrie dans le triangle rectangle, déterminer les valeurs exactes de $\cos(\widehat{ACD})$ et de $\sin(\widehat{ACD})$.

Exercice 30 : déterminer les longueurs et les angles d'un triangle.

On considère ci-contre le triangle EAU rectangle en A.

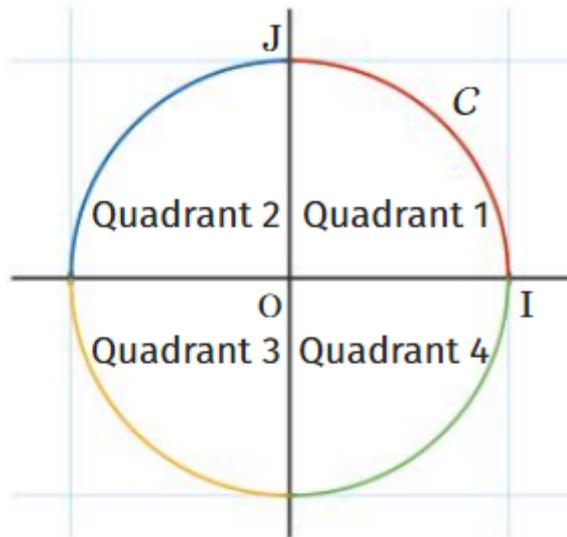
1. Déterminer la longueur de tous les côtés de ce triangle, arrondie au dixième près.
2. Déterminer la mesure de tous les angles de ce triangle en radian arrondie à 10^{-2} près.



Exercice 31 : quadrants dans un cercle trigonométrique.

Pour chacun des réels suivants, dire dans quel quadrant il se trouvera lors de l'enroulement de la droite numérique.

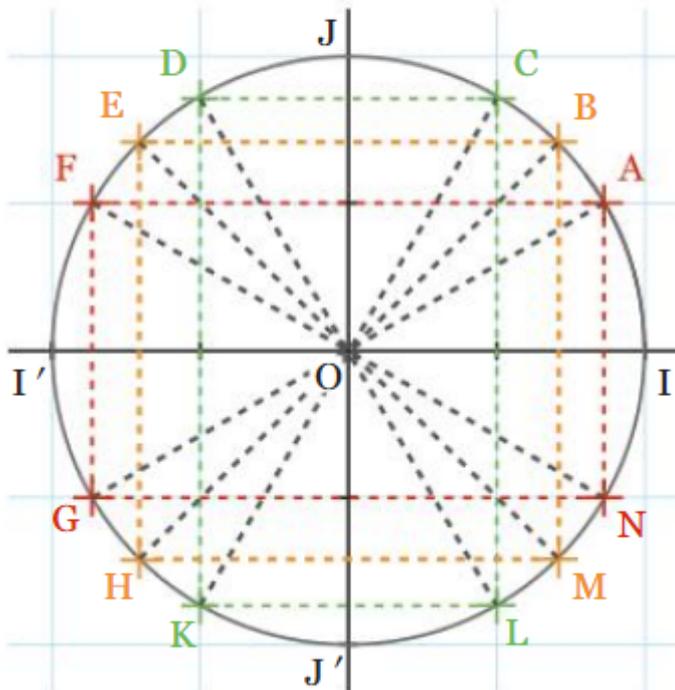
1. $\frac{2\pi}{3}$
2. $\frac{\pi}{8}$
3. $\frac{5\pi}{4}$
4. $\frac{-2\pi}{3}$



Exercice 32 : associer des points aux réels donnés.

En utilisant la figure ci-dessous, donner les points du cercle qui correspondent aux réels suivants.

1. $\frac{-4\pi}{3}$
2. $\frac{7\pi}{2}$
3. $\frac{-11\pi}{6}$
4. 13π



Exercice 33 : déterminer l'intrus.

Dans chacune des listes suivantes, il y a un intrus. Le trouver en justifiant.

1. $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{2}$; $\frac{-\pi}{2}$; $\frac{-5\pi}{2}$.
2. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{14\pi}{3}$; $\frac{-8\pi}{6}$; $\frac{-10\pi}{3}$.
3. $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{-\pi}{4}$; $\frac{-9\pi}{4}$; $\frac{-19\pi}{4}$.
4. π ; $-\pi$; $\pi\sqrt{9}$; 0 .

Exercice 34 : problème de l'horloge Big Ben.

On s'intéresse à la grande aiguille de l'horloge Big Ben de Londres. On prend la longueur de cette aiguille comme unité de mesure. Quelle distance a parcouru la pointe de la grande aiguille entre :



1. 12 h et 12 h 20 ?
2. 15 h 15 et 16 h 30 ?
3. 20 h 30 et 22 h 50 ?
4. 14 h 50 et 17 h 22 ?

Exercice 35 : roue de loterie et trigonométrie.

On dispose de cette roue de loterie. Le point de départ est toujours la flèche noire. On fait tourner la roue dans le sens horaire. Sur quel secteur s'arrête-t-elle si on la fait tourner de l'angle donné ?



1. $\frac{\pi}{2}$
2. $\frac{19\pi}{10}$
3. $-\frac{5\pi}{4}$
4. $\frac{34\pi}{3}$

Exercice 36 : démontrer une égalité avec tan et cos.

La tangente d'un réel x est définie par $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

pour toutes les valeurs de $x \in \mathcal{D}_T$ où $\cos(x) \neq 0$.

Montrer que pour tous les réels $x \in \mathcal{D}_T$, on a :

$$\tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} - 1.$$

Exercice 37 : vérifier si une égalité est vraie.

On souhaite savoir si, quels que soient les réels α et β , $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) + \cos(\beta)$. Pour cela, on teste la formule sur quelques valeurs.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	$\alpha = \frac{3\pi}{2}; \beta = -\frac{\pi}{4}$	$\alpha = \frac{2\pi}{3}; \beta = \frac{7\pi}{6}$
$\alpha + \beta$		
$\cos(\alpha + \beta)$		
$\cos(\alpha)$		
$\cos(\beta)$		
$\cos(\alpha) + \cos(\beta)$		

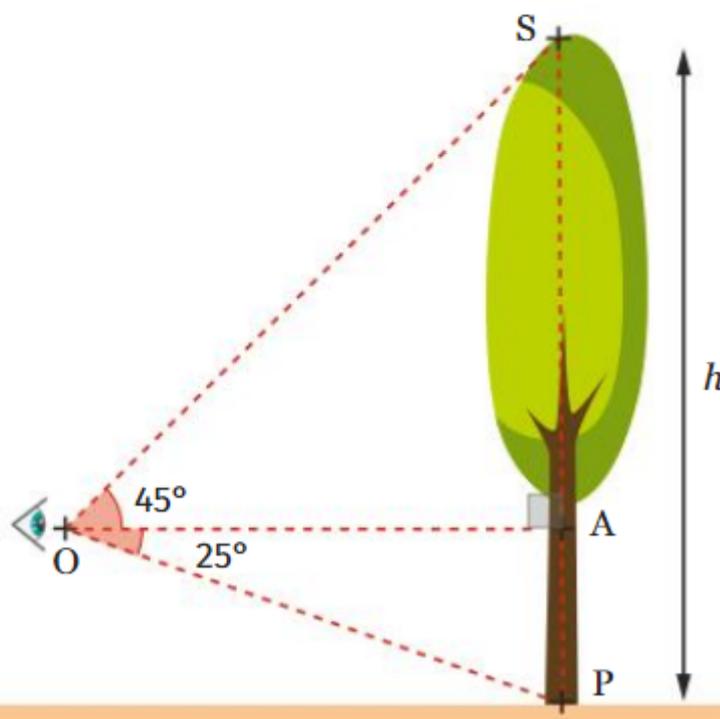
2. La formule de l'énoncé est-elle vérifiée ? Justifier

3. Faire une recherche pour déterminer comment calculer $\cos(\alpha + \beta)$.

Exercice 38 : problème de l'office national des forêts.

Des ingénieurs de l'Office national des forêts veulent estimer la hauteur d'un pin en plaçant leur tachéomètre au point O . Ils ont relevé les données suivantes : $OA = 15$ m, $\widehat{SOA} = 45^\circ$ et $\widehat{AOP} = 25^\circ$.

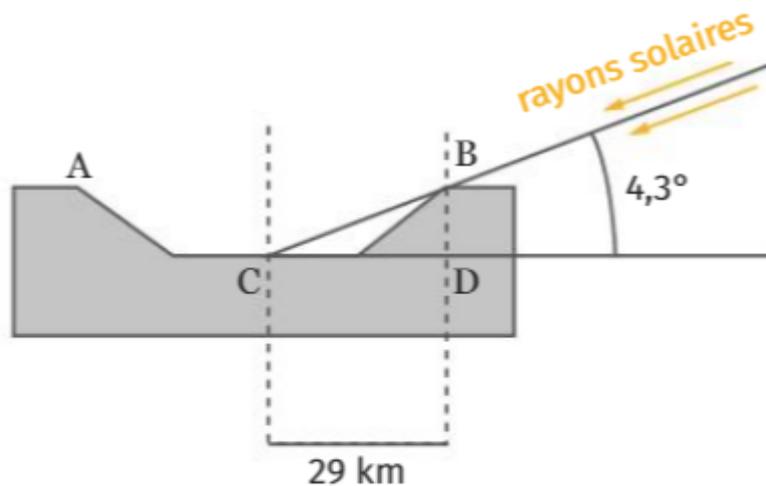
Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au mètre.



Exercice 39 : problème des cratères de la Lune.

La surface de la Lune présente de nombreux cratères, presque tous formés par impacts.

Le schéma ci-dessous représente un de ces cratères où B est un point d'affleurement et D est à la verticale de B. C est un point du fond du cratère supposé plat et horizontal.



Calculer la profondeur du cratère ci-contre. Arrondir au dixième de kilomètre près.

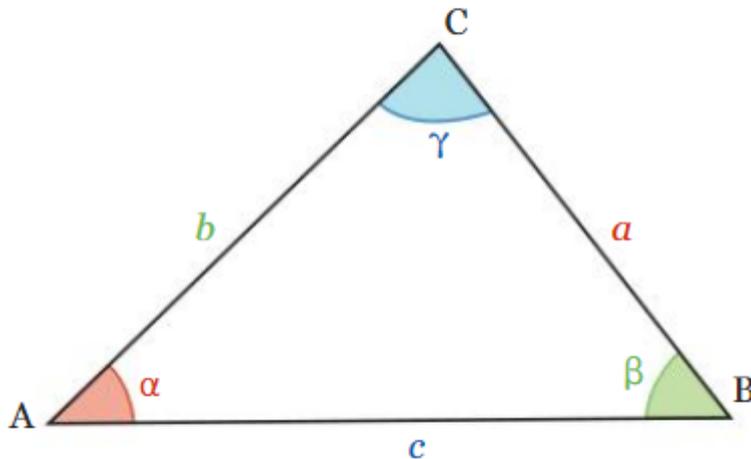
Exercice 40 : loi des sinus et aire d'un triangle.

On considère le triangle ABC ci-dessous.

Avec les notations de la figure, on admet la formule suivante appelée la loi des sinus :

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

On appelle S l'aire du triangle ABC .



1. Montrer que : $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{abc}{2S}$.

On pourra utiliser une hauteur du triangle.

2. On suppose que : $a = 4$ cm, $c = 7$ cm et $\beta = 50^\circ$.

Déterminer une valeur approchée de S .

Exercice 41 : utilisation des formules de trigonométrie.

1. Sachant que :

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta),$$

montrer que : $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

et en déduire que : $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$.

2. À l'aide de cette formule, déterminer la valeur exacte de $\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

3. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ puis de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.