Exercice de maths en seconde

Exercices sur étude de fonctions .

Exercice 1 : décrire le sens de variation.

a) Décrire le sens de variation de la fonction h dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-4		-1		1		3
$h(x)$	4	↘	-1	↗	3	↘	0

b) Comparer : • $h(0)$ et $h(1)$; • $h(2)$ et $h(2,5)$.

c) Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction h dans un repère.

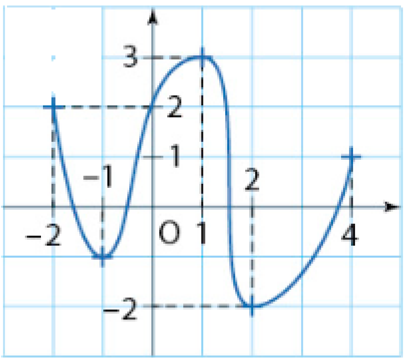
Exercice 2 : lire le maximum et le minimum.

g est une fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$. Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-dessous.

Lire le maximum et le minimum de f sur chaque intervalle indiqué et préciser la valeur de x pour laquelle il est atteint.

a) $[-2\,;0]$ **b)** $[0\,;4]$

c) $[-2\,;4]$ **d)** $[2\,;4]$



Exercice 3 : tableau de variation et justification.

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-7\,;5]$.

x	-7		-3		3		5
$f(x)$	-4	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	3

Dans chaque cas, justifier la proposition.

a) Pour tout nombre réel x de $[-7\,;3]$, $-4 \leqslant f(x) \leqslant 2$.

b) Pour tout nombre réel x de $[-3\,;5]$, $0 \leqslant f(x) \leqslant 3$.

Exercice 4 : encadrement d'images.

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction m définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$.

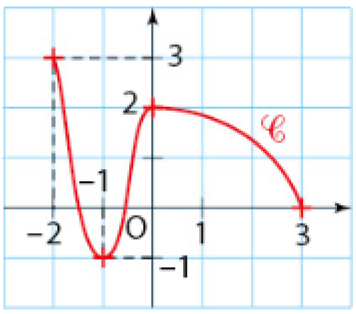
Recopier et compléter le plus précisément possible les inégalités.

a) Pour tout nombre réel x de $[-2\,;3]$,

$\ldots \leqslant m(x) \leqslant \ldots$

b) Pour tout nombre réel x de $[0\,;3]$,

$\ldots \leqslant m(x) \leqslant \ldots$



Exercice 5 : tableau de variation de fonctions affines.

Dresser le tableau de variation de chacune de ces fonctions affines.

$f : x \mapsto -\dfrac{1}{2}x + 1$ $\qquad$ $g : x \mapsto -2x - \dfrac{1}{4}$

$h : x \mapsto \dfrac{1}{5}x - 2$ $\qquad$ $k : x \mapsto -x + 1$

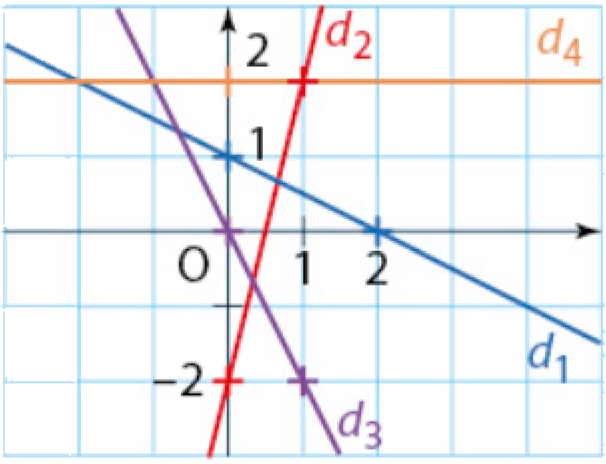
Exercice 6 : droites et représentation graphique.

Voici quatre fonctions affines :

$j : x \mapsto 4x - 2 \quad k : x \mapsto -2x \quad \ell : x \mapsto 2 \quad m : x \mapsto -0{,}5x + 1$

a) Andréa affirme : « La droite d_2, tracée ci-dessous représente la fonction m ». Est-ce exact ?

b) Associer chaque fonction à celle des droites ci-dessous qui la représente.



Exercice 7 : associer fonction et tableau de variation.

Voici le tableau de variation d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-1 ; 6]$.

x	-1	0	1	3	4	6
$g(x)$	1 ↗	3 ↘	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	2

a) Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement g.

b) Déterminer tous les nombres réels dont l'image par la fonction g est négative ou nulle.

Exercice 8 : déterminer les nombres réels et images d'une fonction.

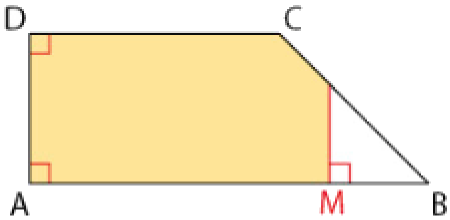
Voici le tableau de variation d'une fonction h définie sur l'intervalle $[-3\,;6]$.

x	-3		-2		-1		4		$4,5$		6
$h(x)$	-5	↗	0	↗	2	↘	0	↗	2	↗	3

Déterminer tous les nombres réels dont l'image par la fonction h est supérieure ou égale à 2.

Exercice 9 : problème d'un trapèze et fonctions.

ABCD est un trapèze rectangle en A et en D tel que $AB=8$, $AD=3$, $CD=5$.
M est un point variable du côté [AB].
On note x la distance AM et $f(x)$ l'aire du domaine coloré.



a) Observer la figure et conjecturer le sens de variation de f.
b) Exprimer $f(x)$ en fonction de x dans chacun des cas : • $x\in[0\,;5]$ • $x\in[5\,;8]$

Exercice 10 : dresser le tableau de variation.

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=-2x+3,5$$

a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
b) Dans un repère, tracer la courbe représentative de la fonction f.
Vérifier la cohérence avec le tableau de variation obtenu au **a)**.

Exercice 11 : déterminer des antécédents.

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x - 8$.
Déterminer les éventuels antécédents des nombres suivants.

a) 3 **b)** –5 **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** 0,1

Exercice 12 : calculer des images.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \frac{4}{3}x + 5$.

1. Calculer $f(6)$ et $f(7)$.
2. Quelle est l'image de –5 par f ?

Exercice 13 : antécédents de 0 par f.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (3 - 2x)(5x - 1)$.

Déterminer les antécédents de 0 par f.

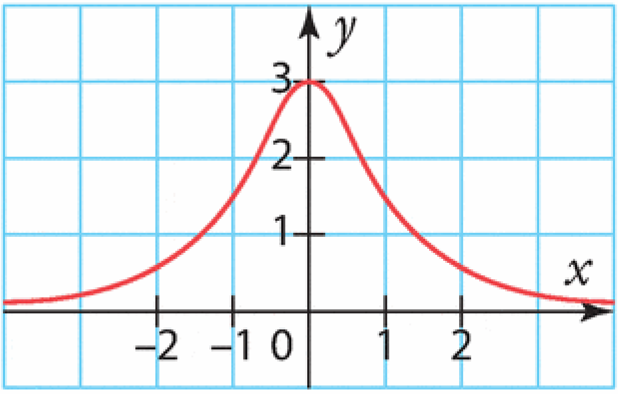
Exercice 14 : fonction rationnelle et fractions.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \frac{4x + 2}{1 + x^2}$.

1. A-t-on $f(3) = 1$?
2. Les images de 2 et de 0 par f sont-elles égales ?
3. Déterminer l'image de $\frac{1}{2}$ par f.
4. Déterminer les antécédents de 0 par f.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Exercice 15 : courbe et image, antécédents.



Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

Par lecture graphique, déterminer :

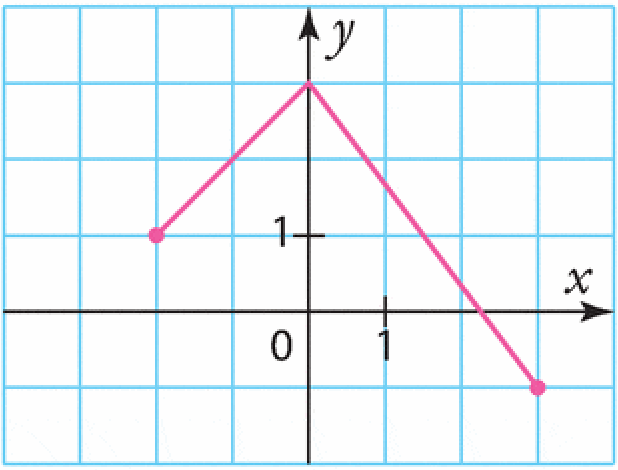
a) l'image de –1 par f.

b) l'image de 0 par f.

c) le (ou les) antécédent(s) de 1 par f.

d) le (ou les) antécédent(s) de 3 par f.

Exercice 16 : l'étude d'une courbe représentative.



Voici la courbe représentative d'une fonction g définie sur [–2 ; 3].

Par lecture graphique, déterminer :

a) $g(0)$.

b) les images de 1 et –2 par g.

c) les antécédents éventuels de –1 ; 1 et 5.

Exercice 17 : la fonction u et étude.

Soit la fonction u définie par $u(n) = 4 + 3n$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer, si possible, les images par u de 2 ; –4 et $\frac{1}{2}$.

2. Calculer les antécédents éventuels par u de 40 et 147.

Exercice 18 : fonction sur R et coordonnées de points.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 - 3x + 1$.

1. Calculer l'image de 2.

2. En déduire les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentative de g.

3. Proposer les coordonnées d'un deuxième point appartenant à cette courbe.

Exercice 19 : point appartenant à une courbe.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 5x + 2$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Le point $M\left(\frac{2}{3} ; 5\right)$ appartient-il à $\mathscr{C}_g$?

2. Calculer l'abscisse du point T appartenant à $\mathscr{C}_g$ tel que l'ordonnée de T soit nulle.

Exercice 20 : fonction rationnelle et points de courbe.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = \frac{2x+4}{x+1}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Le point $A(0 ; 5)$ appartient-il à $\mathscr{C}_f$?

2. Calculer l'abscisse du point B appartenant à $\mathscr{C}_f$ tel que l'ordonnée de B soit nulle.

Exercice 21 : fonction et courbe représentative.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Le point A(–1 ; 9) appartient-il à $\mathscr{C}_f$?

2. Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse 4 qui appartient à $\mathscr{C}_f$.

3. Existe-il des points de $\mathscr{C}_f$ dont l'ordonnée est égale à 33 ? Si oui, donner leurs coordonnées.

Exercice 22 : constuire le tableau de valeurs.

1. Soit la fonction h définie sur [0 ; 5] par :
$h(x) = 4 - (x - 3)^2$.

a) Construire un tableau de valeurs de la fonction h avec un pas de 0,5.

b) Tracer un repère et placer plusieurs points appartenant à la courbe de h.
Prendre comme unité 1 cm pour l'axe des abscisses et 1 cm pour l'axe des ordonnées.

c) Tracer à main levée la courbe de la fonction h.

2. Reprendre la question **1.** avec la fonction $h : x \mapsto \dfrac{3}{x+1}$ sur [0 ; 5].

Exercice 23 : le prix de l'essence sans plomb.

Le prix de l'essence sans plomb est de 1,40 euro le litre. Marius veut faire le plein de sa voiture. Il compte mettre x litres dans son réservoir vide qui peut contenir 40 litres.

La station dans laquelle il se sert ne délivre pas moins de 5 litres.
On considère la fonction P qui à chaque valeur de x associe le prix payé par Marius.

1. D'après le contexte de l'exercice, à quel intervalle x appartient-il ?

2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction P ?

3. Déterminer l'expression algébrique de la fonction P.

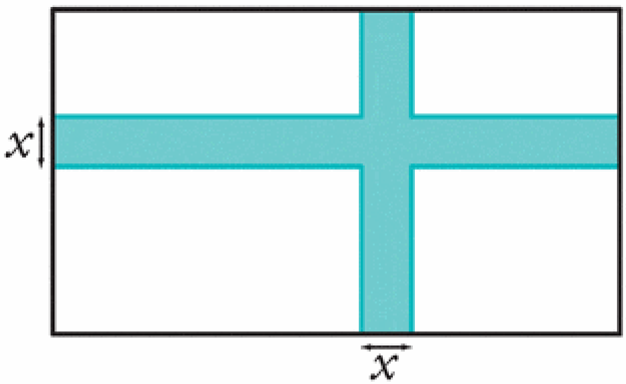
Exercice 24 : un rectangle et une croix bleue.

On considère un rectangle de longueur 7 et de largeur 5.
On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x variable comme indiqué ci-dessous.
On s'intéresse à l'aire de la croix bleue.

1. À quel intervalle x appartient-il ?

2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ de la croix bleue en fonction de x.

3. Avec la calculatrice, dresser le tableau de valeurs de $\mathcal{A}$ avec un pas de 1.



Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Exercice 25 : calculatrice et tableau de valeurs.

1. À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction h définie sur $[-2 ; 2]$ par $h(x) = (3x + 1)(5 - x)$.

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$h(x)$									

2. Déterminer tous les antécédents de 0 par h.

Exercice 26 : algorithme et fonctions.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 5$.

1. Déterminer le ou les antécédents de -2 par f.

2. Écrire un algorithme ou un programme qui :

– demande une valeur b à l'utilisateur ;

– calcule puis affiche le ou les antécédents de b par la fonction f.

Exercice 27 : déterminer a et b pour un tableau de valeurs.

1. Déterminer a et b pour que le tableau ci-dessous soit un tableau de valeurs d'une fonction h définie par $h(x) = x^2 + ax + b$ sur $\mathbb{R}$.

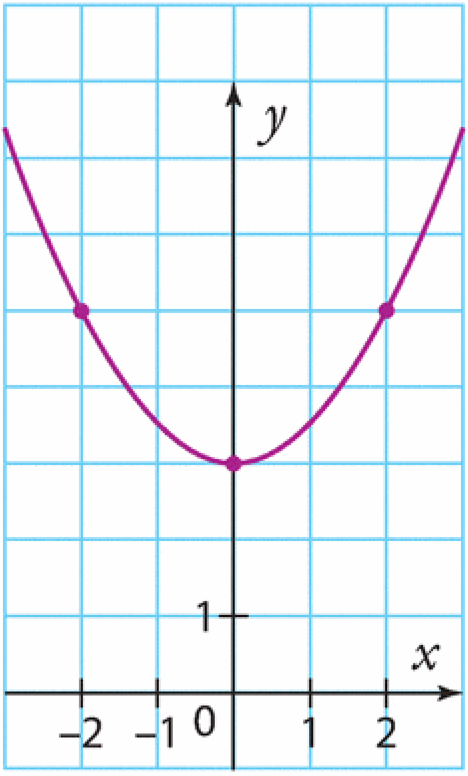
x	-1	0	1	2
$h(x)$	-9	-7	-3	3

2. La fonction h est-elle paire ? impaire ?

3. Déterminer les antécédents de -7 par h.

Exercice 28 : déterminer l'expression d'une fonction.

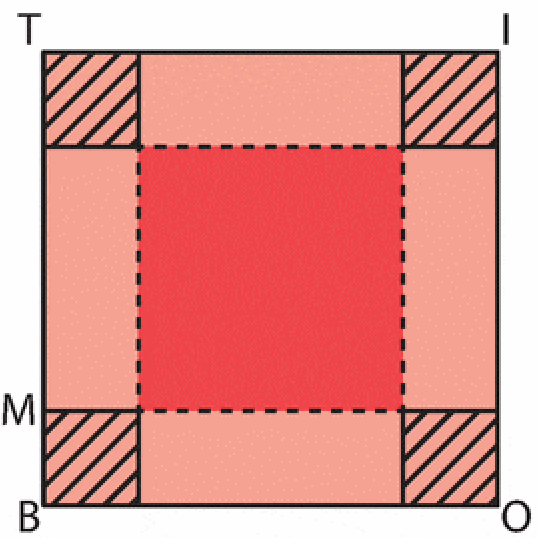
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne la courbe ci-dessous.



Sachant que la fonction f a une expression de la forme $f(x) = ax^2 + b$, déterminer les antécédents de 10 par f.

Exercice 29 : un carré avec des coins découpés.

On considère un carré de côté 15 cm. Dans chaque coin, on découpe un même carré pour obtenir un patron d'une boite sans couvercle.



A. Un cas particulier

1. Construire le patron d'une boite en choisissant BM = 3 cm.
2. Calculer son volume.
3. Peut-on réaliser une boite sachant que BM = 8 cm ? Expliquer.

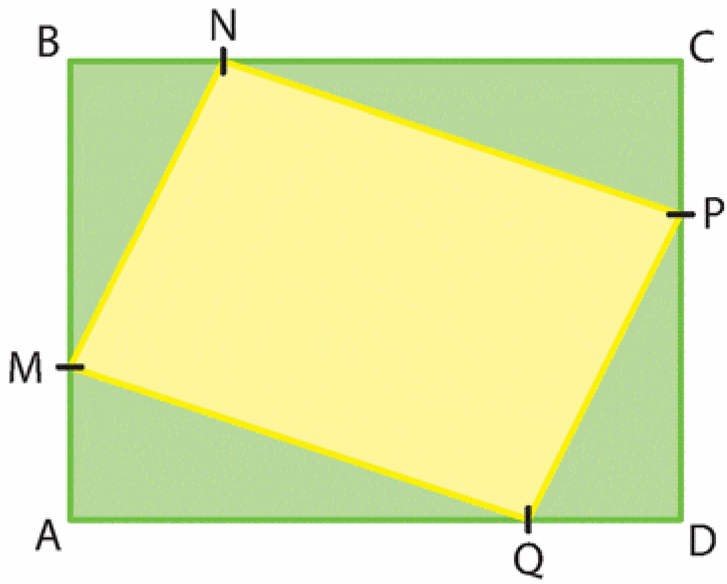
B. Une fonction

On pose BM = x et on appelle V la fonction qui à x associe le volume de la boîte sans couvercle.

1. Déterminer une expression de la fonction V.
2. Quel est l'ensemble de définition de V ?
3. À l'aide d'une calculatrice, ou d'un logiciel, tracer la courbe représentative de la fonction V.
4. Pour quelles valeurs de x le volume est-il supérieur ou égal à 100 cm^3 ?
5. Le volume de cette boîte peut-il dépasser 1 dL ?
Si oui, donner les dimensions d'une boite vérifiant cette condition. Si non, expliquer pourquoi.

Exercice 30 : l'étude de l'aire d'un rectangle.

On considère un rectangle ABCD de dimensions AB = 6 cm et BC = 8 cm. Sur le côté [AB], on place un point M quelconque. On considère ensuite les points N sur [BC], P sur [CD] et Q sur [DA] tels que AM = BN = CP = DQ.



On pose AM = x. On appelle f la fonction qui à x associe la valeur de l'aire de MNPQ.

1. AM peut-elle prendre la valeur 7 ?
Quel est l'ensemble de définition de f ?

2. Démontrer que $f(x) = 2x^2 - 14x + 48$.

3. À l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, tracer la courbe représentative de f. Ajuster la fenêtre d'affichage.

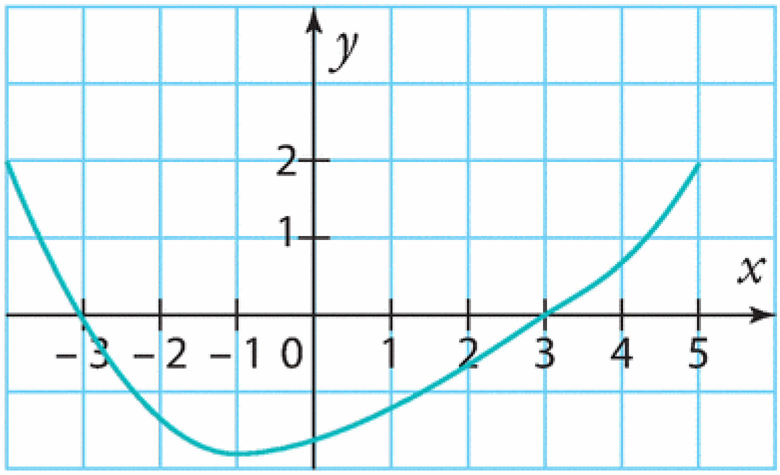
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de MNPQ est-elle supérieure ou égale à 24 cm^2 ?

Exercice 31 : tableau de variations d'une fonction.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Recopier et compléter le tableau de variations proposé à partir de la représentation graphique suivante.

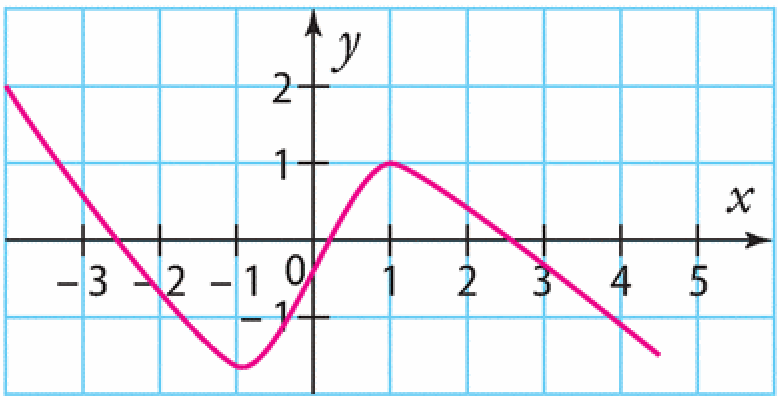
x	-4		…		5
f	2	↘	…	↗	2



Exercice 32 : tableaux de variations.

Recopier et compléter le tableau de variations proposé à partir de la représentation graphique suivante.

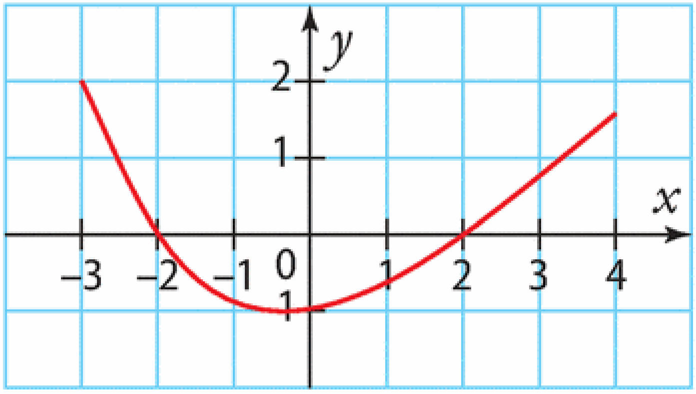
x	-4		…		…		…
f	…	↘	…	↗	1	↘	$-1{,}5$



Exercice 33 : compléter le tableau de variations.

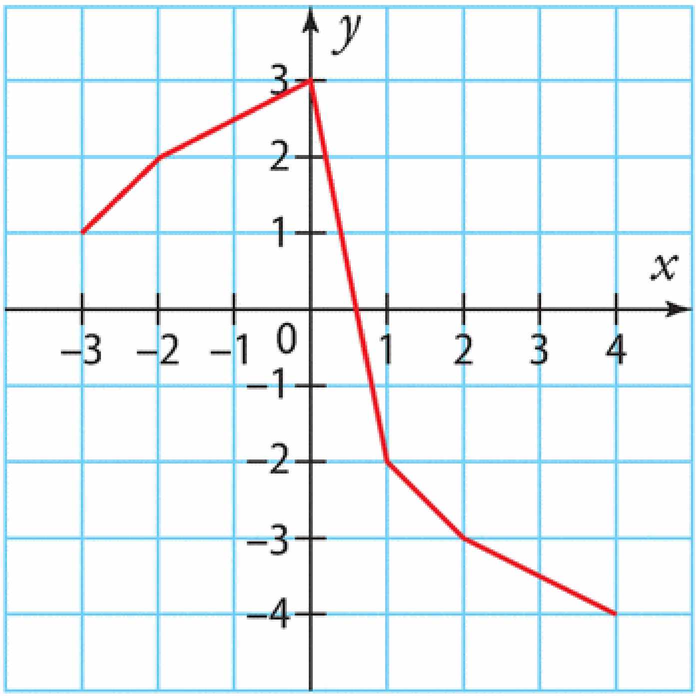
Recopier et compléter le tableau de variations proposé à partir de la représentation graphique suivante.

x	-3 ... ...
f	↘ ... ↗



Exercice 34 : décrire les variations et dresser le tableau .

f est une fonction dont voici la courbe représentative dans un repère.

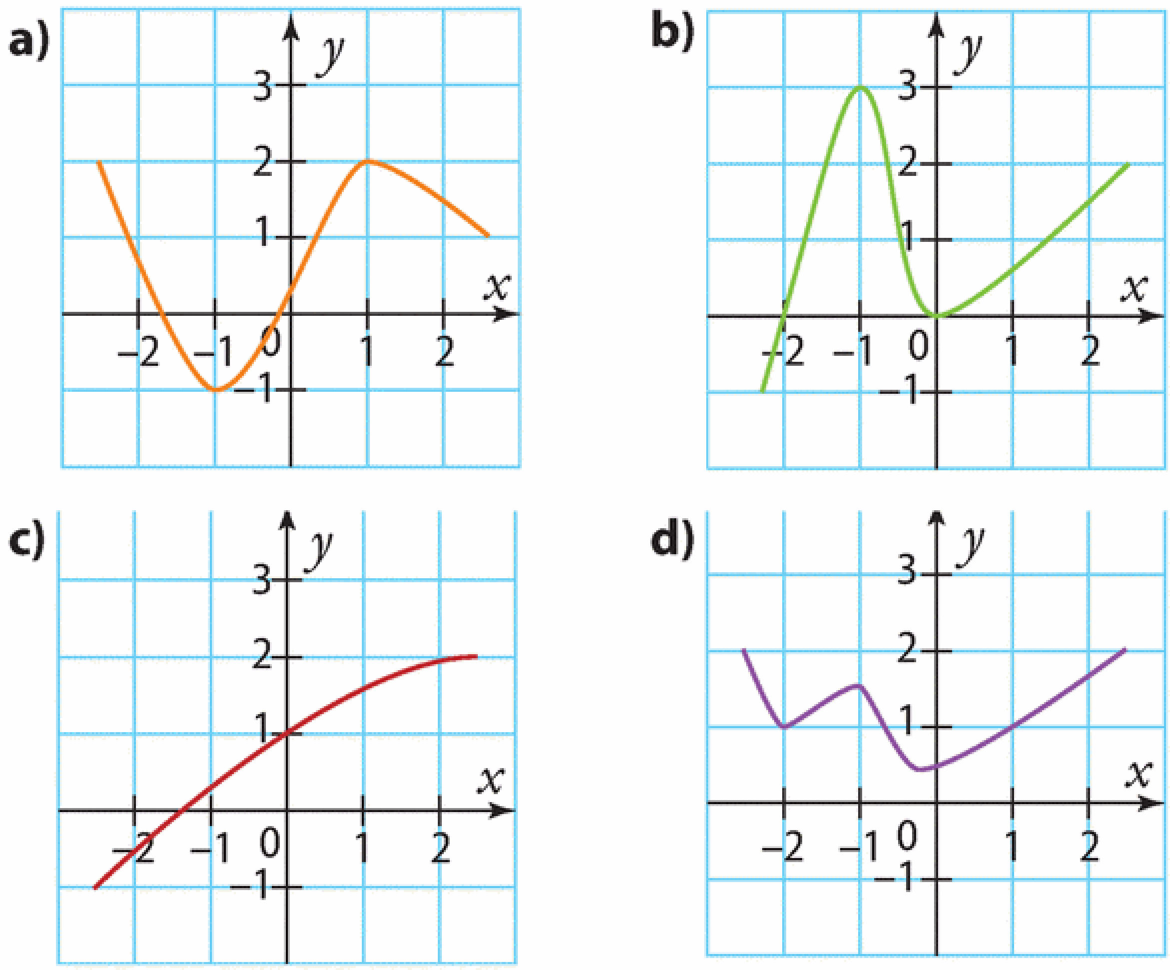


1. Décrire les variations de *f* à l'aide de phrases.
2. Dresser le tableau de variations à l'aide de phrases.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Exercice 35 : courbes et tableaux de variations.

Pour chacune des courbes suivantes, établir le tableau de variations des fonctions représentées.



Exercice 36 : l'étude d'une fonction g.

g est une fonction dont on connaît le tableau de variations.

x	-3		1		2		5
g	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3

1. a) Donner le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[2 ; 5]$.

b) En déduire quel est le nombre le plus grand entre $g(3)$ et $g(4)$.

2. Sur le modèle de la question précédente, comparer $g(1)$ et $g(1{,}5)$.

3. Même question pour $g(-2)$ et $g(0)$.

Exercice 37 : comparer des images et inéquations.

Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	-2		0		1		7
f	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

1. Comparer si possible les nombres suivants en justifiant.

a) $f(2)$ et $f(4)$

b) $f(-2)$ et $f(-1)$

2. Résoudre $f(x) \geqslant 0$.

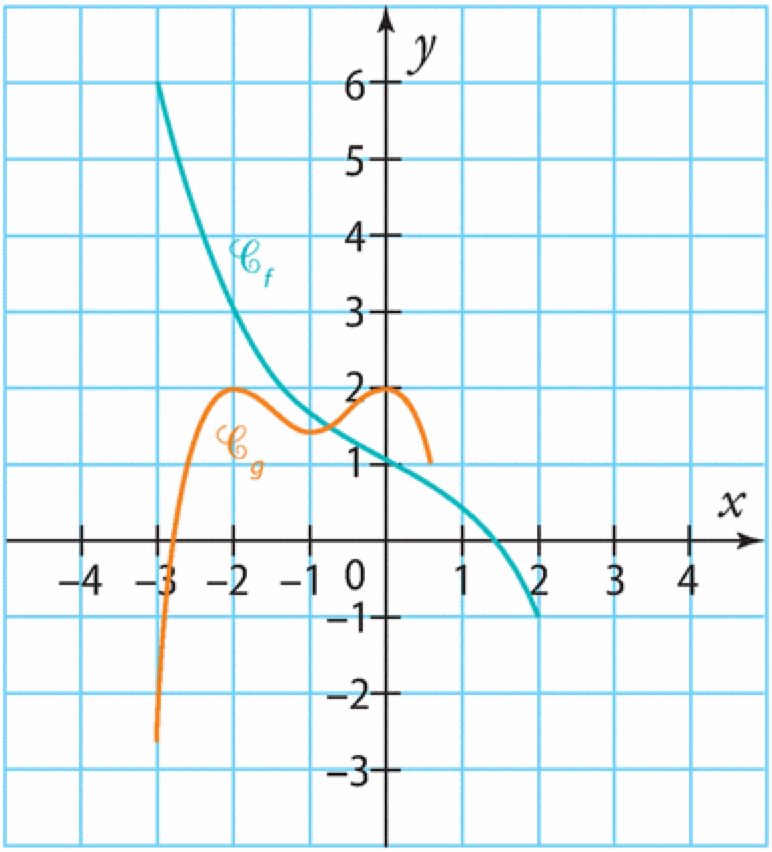
3. On sait de plus que $f(-1{,}5) = 4$.

Résoudre $f(x) \leqslant 4$ et $f(x) > 4$.

Exercice 38 : maximum et minimum d'une fonction.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

f et g sont des fonctions dont voici les courbes représentatives.

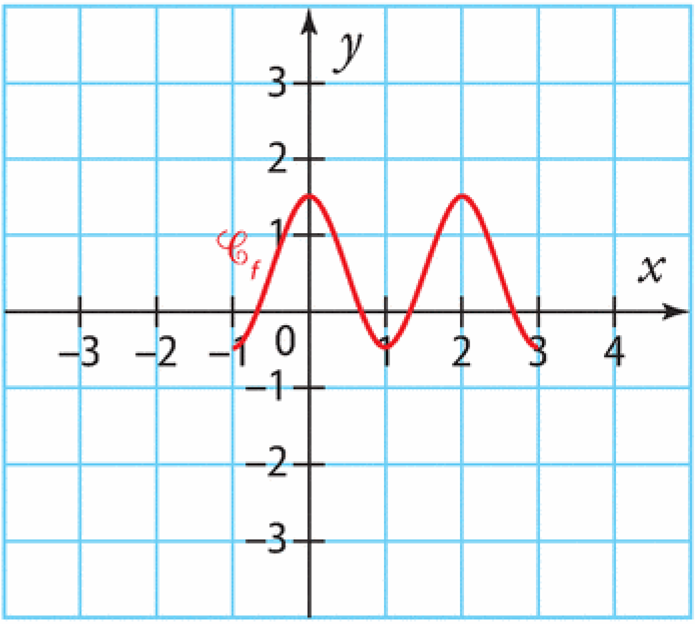


1. f admet-elle un maximum ? un minimum ? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de x sont-ils atteints ?

2. Même question pour la fonction g.

Exercice 39 : ensemble de définition et extrémums.

f est une fonction dont voici la courbe représentative dans un repère.



1. Donner l'ensemble de définition de *f*.

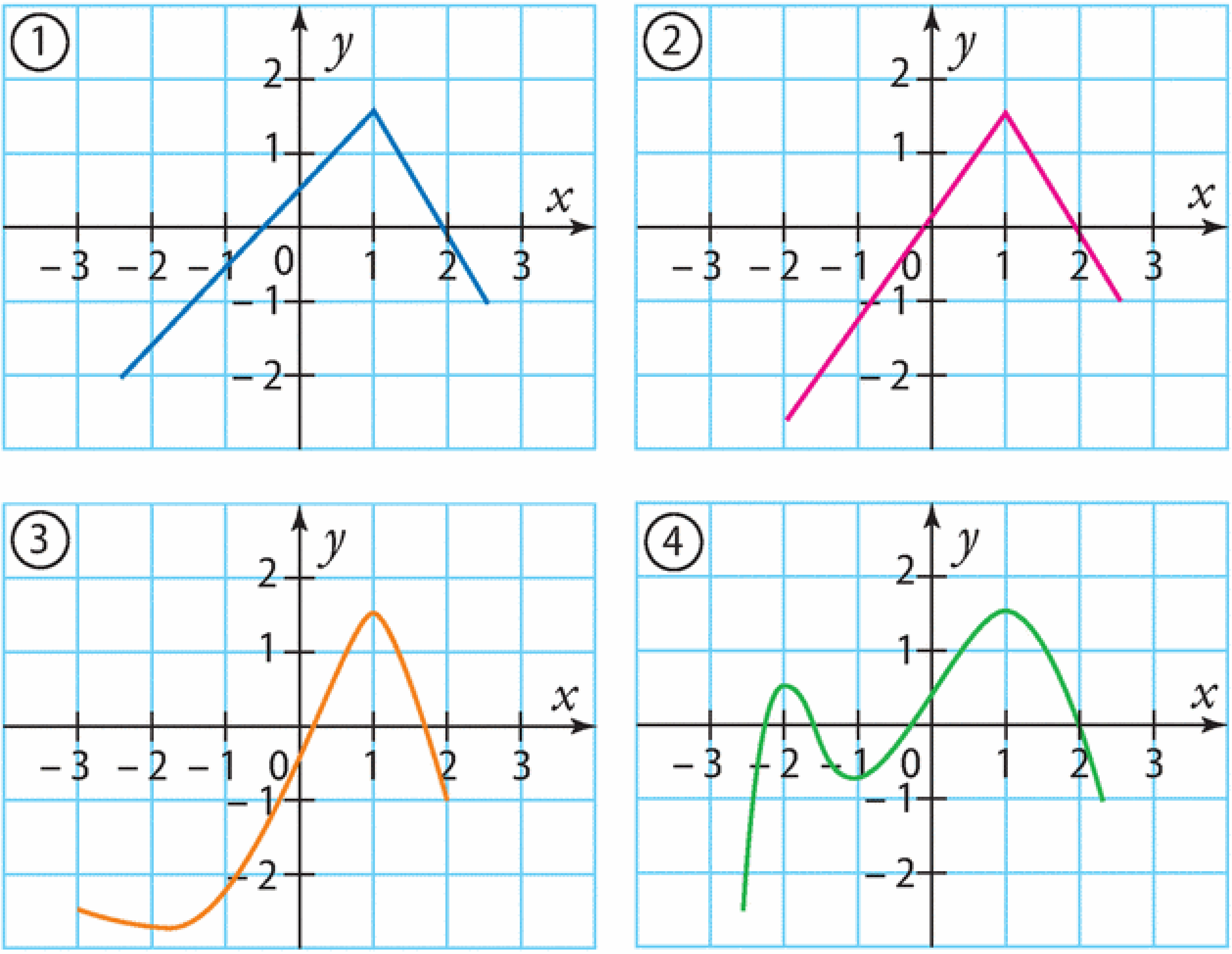
2. Déterminer le maximum éventuel de *f* et préciser pour quelle(s) valeur(s) de x il est atteint.

3. Déterminer le minimum éventuel de *f* et préciser pour quelle(s) valeur(s) de x il est atteint.

Exercice 40 : choisir le bonne courbe.

Voici le tableau de variations d'une fonction f.
Choisir la courbe correspondant à ce tableau.

x	$-2,5$		1		$2,5$
f	-2	↗	$1,5$	↘	-1



Exercice 41 : propriétés d'une fonction f.

Une fonction f possède les propriétés suivantes :

- elle est définie sur $[-3 ; 5]$;
- elle est croissante sur $[-3 ; -1]$;
- elle est décroissante sur $[-1 ; 4]$;
- elle est croissante sur $[4 ; 5]$;
- sur l'intervalle $[-3 ; 4]$, son maximum vaut 6 ;
- sur l'intervalle $[-1 ; 5]$, son minimum vaut -3 ;
- l'image de -3 est 1 ;
- 5 est un antécédent de 7.

Dresser le tableau de variations de cette fonction.

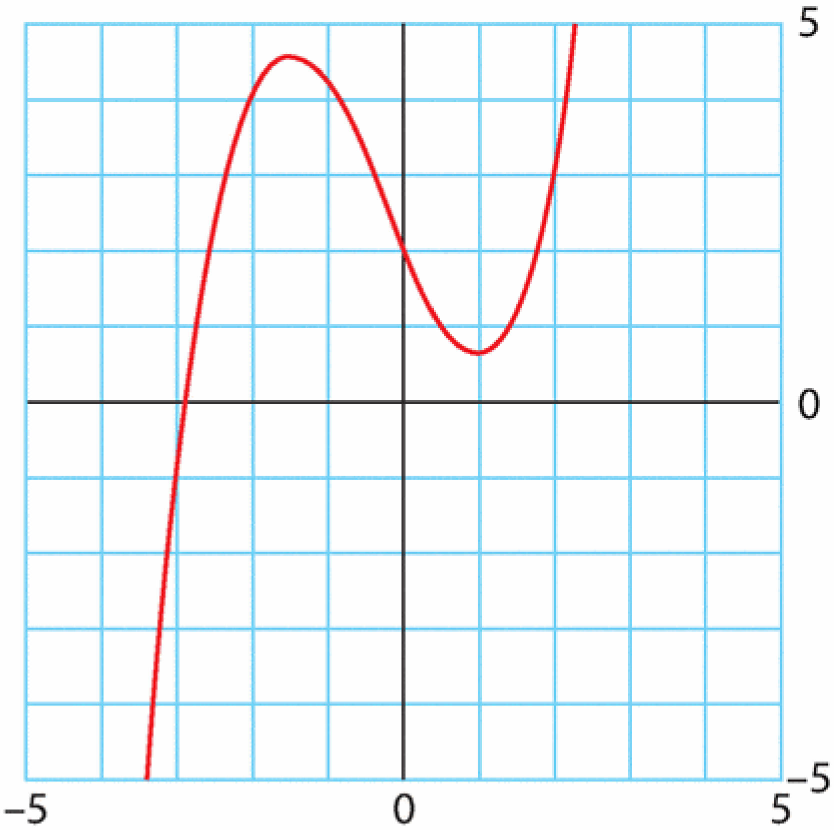
Exercice 42 : logiciel Xcas et variations d'une fonction.

Soit f la fonction définie sur $[-5 ; 5]$ par $f(x) = x^3 + 0{,}75x^2 - 4{,}5x + 2$.

1. À l'aide du logiciel Xcas, on a entré la commande :

```
plotfunc(0.5x^3+0.375x^2-2.25x+2, x =-5..5)
```

Voici ce qui est affiché.



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. En vous appuyant sur Xcas, ou sur une courbe obtenue à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de géométrie dynamique, dresser le tableau de variations des fonctions suivantes.

a) f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ pour $x \in [-3 ; 3]$

b) g définie par $g(x) = \dfrac{1}{x^2 - 6x + 10}$ pour $x \in [0 ; 5]$

c) h définie par $h(x) = 0{,}001x^5 + 4x - 2$ pour $x \in [-5 ; 4]$

Exercice 43 : associer à chaque fonction son tableau.

Associer à chaque fonction son tableau de variations parmi les suivants.

a) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 4$

b) g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3$

c) h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2$

d) k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = \sqrt{x} + 1$

x	0	$+\infty$
u_1	1 ↗	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
u_2	↘	0	↗

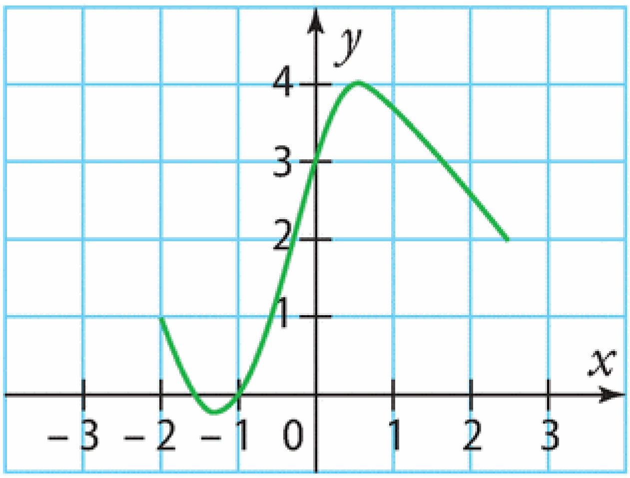
x	$-\infty$	$+\infty$
u_3	↘	

x	$-\infty$	$+\infty$
u_4	↗	

Exercice 44 : déterminer les variations des fonctions.

Déterminer les variations des fonctions suivantes.

a) f est une fonction dont voici la courbe représentative.



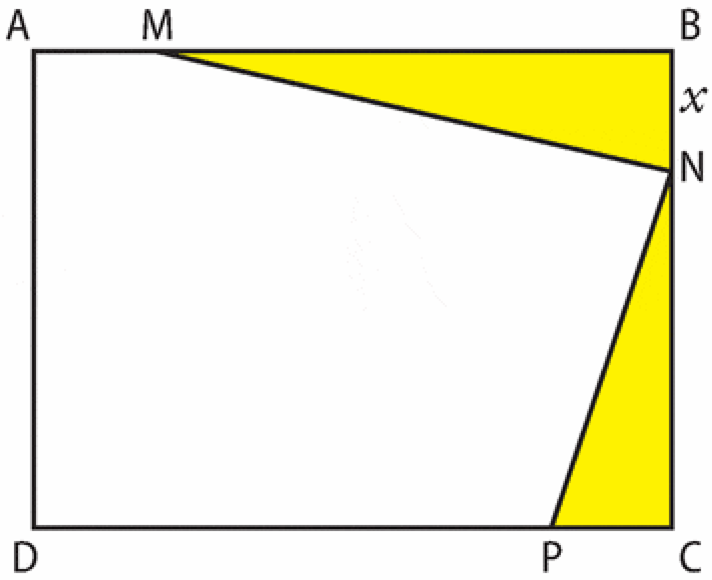
b) g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -5x + 3$.

c) h est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2$.

d) k est une fonction qui donne la note obtenue par Jonas à un devoir en fonction de son temps de révision, en heures, durant la journée précédente.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr

Exercice 45 : un rectangle et une fonction.



ABCD est un rectangle tel que AB = 10 cm et BC = 8 cm.

N est un point mobile sur le segment [BC]. On note x la longueur en centimètres de [BN].

M et P sont les points respectifs de [AB] et [CD] tels que AM = BN = CP = x.

Le but de cet exercice est de déterminer où placer N sur le segment [BC] pour que l'aire de la surface jaune, la somme des aires des triangles BMN et CNP, soit maximale.

1. Justifier que $x \in [0\,;8]$.

2. Exprimer BM en fonction de x.

3. Exprimer CN en fonction de x.

4. Montrer que l'aire du triangle BMN est égale à $\dfrac{10x - x^2}{2}$.

5. On note f la fonction qui à la longueur x associe l'aire totale de la surface jaune.

Vérifier que l'on a $f(x) = 9x - x^2$.

6. a) Montrer que $f(x) = -(x - 4{,}5)^2 + 20{,}25$.

b) En déduire la solution au problème posé.

Exercice 46 : une joueuse de handball.

Une joueuse de handball lance une balle devant elle.

Au bout de x mètres parcourus, la hauteur de la balle (en mètres) avant qu'elle ne touche le sol est donnée par :

$h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}9x + 2$.

1. Quelle est la hauteur de la balle après 20 mètres parcourus ? Que peut-on en déduire pour la balle ?

2. a) Montrer que $h(x) = -0{,}05\,(x-9)^2 + 6{,}05$.

b) Que peut-on dire du signe de $(x-9)^2$?

c) En déduire la hauteur maximale atteinte par la balle.

Téléchargé sur https://maths-pdf.fr