



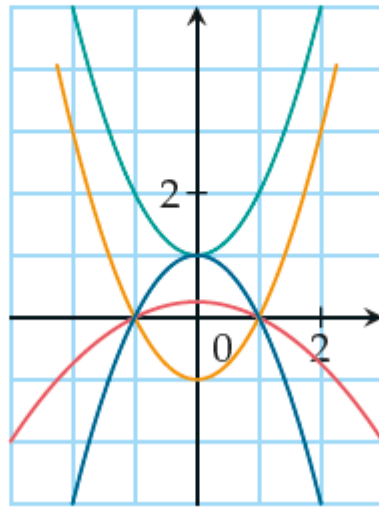
Exercices sur fonctions de référence

Exercice 1 : fonctions carré et inverse.

On considère la fonction u définie sur \mathbb{R} par :

$$u(x) = x^2 - 1.$$

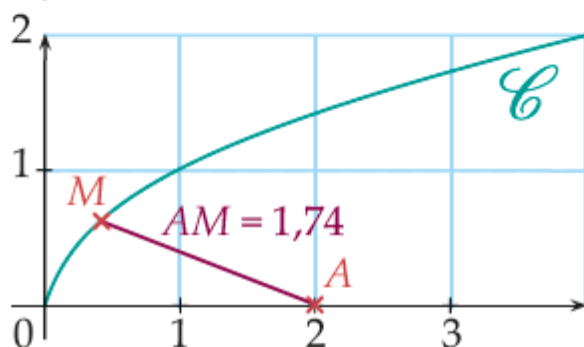
Associer chacune des fonctions u , $-u$, $u + 2$ et $-\frac{1}{4}u$ à sa courbe représentative.



Exercice 2 : logiciel de géométrie et distance minimale.

On considère la courbe \mathcal{C} d'équation $y = \sqrt{x}$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On note $M(x; \sqrt{x})$ un point de \mathcal{C} et on considère le point $A(2; 0)$.



- 1) a) Construire la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.
- b) Déplacer M . Pour quelle position de M la distance AM semble-t-elle minimale ?
- 2) Vérifier que $AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$.
- 3) Déterminer la position de M telle que AM soit minimale.

Exercice 3 : tableau de variation et images.

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f .

x	-4	-1	2	5
$f(x)$	3	→ -2	→ 1	→ -5

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elles sont vraies, fausses, ou si l'on ne peut pas savoir.

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $f(0) < f(1)$ | 4) $f(3) < f(5)$ |
| 2) $f(-3) < f(4)$ | 5) $f(2) > f(-3)$ |
| 3) $f(0) > f(5)$ | 6) $f(3) < f(4)$ |

Exercice 4 : préciser le sens de variation des fonctions usuelles.

Préciser le sens de variation des fonctions suivantes sur les intervalles proposés.

- 1) $f : x \mapsto -2x + 5$ sur \mathbb{R}
- 2) $g : x \mapsto x^2$ sur \mathbb{R}
- 3) $h : x \mapsto 3x - 7$ sur \mathbb{R}
- 4) $l : x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $] -\infty ; 0[$ et sur $] 0 ; +\infty[$

Exercice 5 : comparer des nombres sans les calculer.

Dans chaque cas, comparer les deux nombres sans les calculer.

- 1) $1,15^2$ et $1,3^2$
- 2) $(-2,05)^2$ et $(-1,99)^2$
- 3) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}+3}$
- 4) $-\frac{1}{0,8}$ et $-\frac{1}{0,7}$

Exercice 6 : résoudre des équations et des inéquations.

Résoudre les équations suivantes.

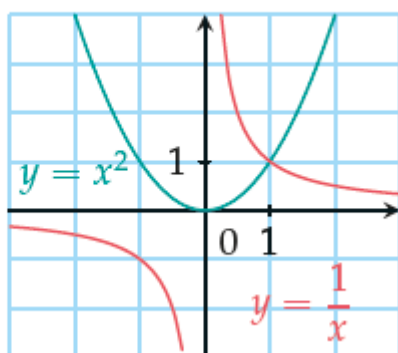
- 1) $\frac{1}{x} = -2$
- 2) $\frac{1}{x} = \frac{3}{4}$
- 3) $\frac{-3}{x} = \frac{1}{5}$

Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de $\frac{1}{x}$.

- 1) $2 \leq x \leq 5$
- 2) $-4 < x < -\frac{1}{2}$
- 3) $10^2 \leq x \leq 10^4$
- 4) $-1 < x < -10^{-2}$

Résoudre les inéquations suivantes en s'aidant du graphique.

- 1) $x^2 > 1$
- 2) $x^2 \leq 4$
- 3) $\frac{1}{x} > 2$
- 4) $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$



Exercice 7 : fonction racine carrée et valeur absolue.

Dans chaque cas, calculer l'image du nombre proposé par la fonction racine carrée.

- 1) 49
- 2) 100
- 3) $\frac{4}{25}$
- 4) 10^8
- 5) 4×10^{-6}

Dans chaque cas, donner les antécédents éventuels du nombre proposé par la fonction racine carrée.

- 1) 3
- 2) 0
- 3) $\sqrt{5}$
- 4) -1
- 5) 10^{-2}

Calculer.

- 1) $|8|$
- 2) $|0|$
- 3) $|-2^2|$
- 4) $|6 - 2\pi|$
- 5) $|\sqrt{2} - 1|$

Donner la valeur absolue des nombres suivants.

- 1) -4
- 2) $(-3)^2$
- 3) $\sqrt{5} - 3$
- 4) $1 - \pi$
- 5) $2 - \sqrt{2}$
- 6) $(-1)^5$

Exercice 8 : valeur absolue et inverse.

Résoudre les équations.

- 1) $|x| = 5$
- 2) $|x| = \sqrt{2}$
- 3) $|x| = -\pi$

Soit a et b deux réels tels que $0 < a < b < 3$.

Compléter par $<$ ou $>$.

- 1) $\sqrt{a} \dots \sqrt{b}$
- 2) $\frac{1}{\sqrt{a}} \dots \frac{1}{\sqrt{b}}$
- 3) $|a| \dots |b|$
- 4) $a^2 \dots b^2$
- 5) $\frac{1}{a^2} \dots \frac{1}{b^2}$
- 6) $\frac{-4}{a^2} \dots \frac{-4}{b^2}$
- 7) $\sqrt{a} - 1 \dots \sqrt{b} - 1$
- 8) $|a - 3| \dots |b - 3|$
- 9) $|3 - a| \dots |3 - b|$
- 10) $-2|a| \dots -2|b|$

Exercice 9 : fonction linéaire, affine et inverse.

Soit u une fonction croissante sur un intervalle I .
Donner le sens de variations des fonctions suivantes sur I .

- 1) $u - 2$ 3) $-3u$ 5) $-2u + 8$
2) $u + 3$ 4) $-7u$ 6) $4u - 1$

Soit u une fonction strictement positive et décroissante sur un intervalle I . Donner le sens de variations des fonctions suivantes sur I .

- 1) $\frac{1}{u}$ 2) $-\frac{2}{u}$ 3) \sqrt{u}

Exercice 10 : encadrement d'un nombre.

Comparer sans calculatrice.

- 1) $0,3$; $\sqrt{0,3}$ et $0,3^2$ 2) $1,2$; $\sqrt{1,2}$ et $1,2^2$

Dans chaque cas, déterminer un encadrement de \sqrt{x} .

- 1) $0 < x < 4$ 3) $1 \leq x < 9 \times 10^6$
2) $0 \leq x \leq 0,04$

Soit x un réel tel que $0 \leq x \leq 9$. Dans chacun des cas, déterminer un encadrement de :

- 1) $\sqrt{x} - 5$ 3) $\sqrt{10 - x}$ 5) $-\sqrt{x^2 + 19}$
2) $-2\sqrt{x} + 1$ 4) $\sqrt{\sqrt{x} + 1}$

Soit a et b deux réels positifs.

- 1) On pose $X = a^2 + b^2$ et $Y = (a + b)^2$. Comparer les réels X et Y en étudiant le signe de leur différence.
2) En utilisant le sens de variation de la fonction racine carrée, démontrer que $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$.

Exercice 11 : des équations et inéquations avec les racines carrées.

Résoudre les équations.

1) $\sqrt{x} = 4$

3) $\sqrt{-3x} = 3$

2) $\sqrt{x} = -3$

4) $\sqrt{2x-5} = 9$

Résoudre les inéquations.

1) $\sqrt{x} > 3$

2) $\sqrt{x} \leq 10^2$

3) $\sqrt{x} \leq -2$.

Résoudre les inéquations.

1) $\sqrt{x^2} < 1$

2) $\sqrt{x-1} \leq 2$

3) $\sqrt{x+2} > 3$.

Exprimer sans racine carrée au dénominateur.

1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

2) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

4) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Exercice 12 : comparaison de racines carrée et de carrés.

1) On pose $x = \sqrt{2} - 1$.

Sans utiliser de calculatrice, comparer x , \sqrt{x} et x^2 .

2) On pose $y = \sqrt{5} - 1$.

Sans utiliser de calculatrice, comparer y , \sqrt{y} et y^2 .

Soit a un réel tel que $1 \leq a \leq 2$.

1) Comparer $a - 1$, $\sqrt{a-1}$ et $(a-1)^2$.

2) Comparer $2a - 1$, $\sqrt{2a-1}$ et $(2a-1)^2$.

Exercice 13 : position relative de courbes.

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} respectivement par :

$$f(x) = x^2 - 3x - 5 \text{ et } g(x) = -x^2 + x + 1.$$

On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g leurs courbes représentatives.

- 1) Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
- 2) En déduire la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Étudier la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions :

$$f : x \mapsto -3x^2 + 5x + 2$$

$$g : x \mapsto -x + 2$$

Exercice 14 : position relative et tracés de courbes.

Étudier la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions :

$$f : x \mapsto \frac{2-x}{x+1}$$

$$g : x \mapsto -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

On considère les fonctions f et g définies sur $[0 ; 2]$ par $f(x) = \frac{1}{3}(2x+1)$ et $g(x) = \sqrt{x}$.

- 1) Déterminer la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- 2) Tracer les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g dans un repère orthonormé d'unité 4 cm.

Exercice 15 : calculs de valeurs absolues et de distances.

Calculer.

1) $|10^{-5} - 10^{-3}|$

4) $|\pi - 4|$

2) $|9 \times 10^4 - 10^5|$

5) $|-2 - \sqrt{2}|$

3) $|-10^{-3}|$

6) $|10 - 3\pi|$

Calculer la distance entre les réels a et b dans chacun des cas suivants.

1) $a = 7$ et $b = -5$

4) $a = \sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{8}$

2) $a = -3$ et $b = -8$

5) $a = 6$ et $b = 2\pi$

3) $a = -5,1$ et $b = 2,3$

Exercice 16 : valeur absolues et distances.

Calculer.

$$A = |2,4 - 0,8| + |7,38 + 0,5| + |1,2 - 5,08|$$

$$B = \left| \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right| + \left| \frac{2}{3} - 1 \right| - \left| \frac{4}{3} - 1 \right|$$

Traduire les écritures suivantes par une phrase contenant le mot « distance ».

1) $|x - 8| = 2$

3) $|x + 3| = 4$

2) $|x| > 1$

4) $|x - 0,8| \leq 4$

Exercice 17 : algorithme de calcul.

On considère l'algorithme suivant.

1. Variable : x réel
2. Entrée
3. Saisir x
4. Traitement
5. Si $x - 3 \geq 0$
6. Alors afficher $x - 3$
7. Sinon afficher $3 - x$
8. Fin Si

- 1) Faire fonctionner cet algorithme pour les valeurs de x suivantes : -8 ; $\frac{1}{3}$; 0 ; π et -3 .
- 2) Pour un nombre réel x quelconque, quel est le résultat affiché en sortie ?
- 3) Modifier cet algorithme pour qu'il affiche en sortie l'image de x , par la fonction : $x \mapsto |-2x + 5|$.

Exercice 18 : tableau de variation de $g=u+3$.

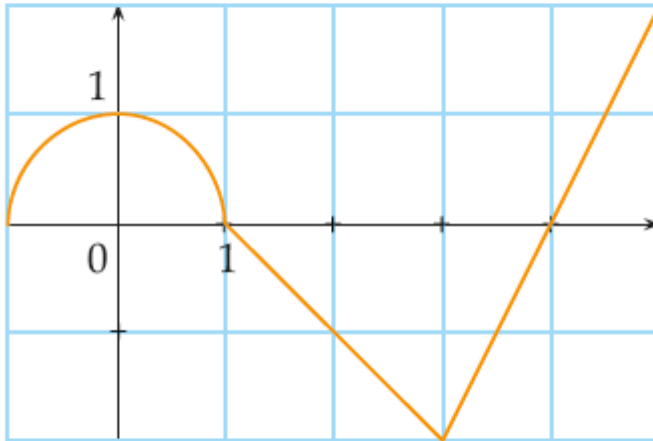
On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction u définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.

x	-2	0	4
$u(x)$	0	-2	3

Dresser le tableau de variations des fonctions $f = u - 2$ et $g = u + 3$ sur $[-2 ; 4]$.

Exercice 19 : reproduire le graphique de $f+2$ et $-2f$.

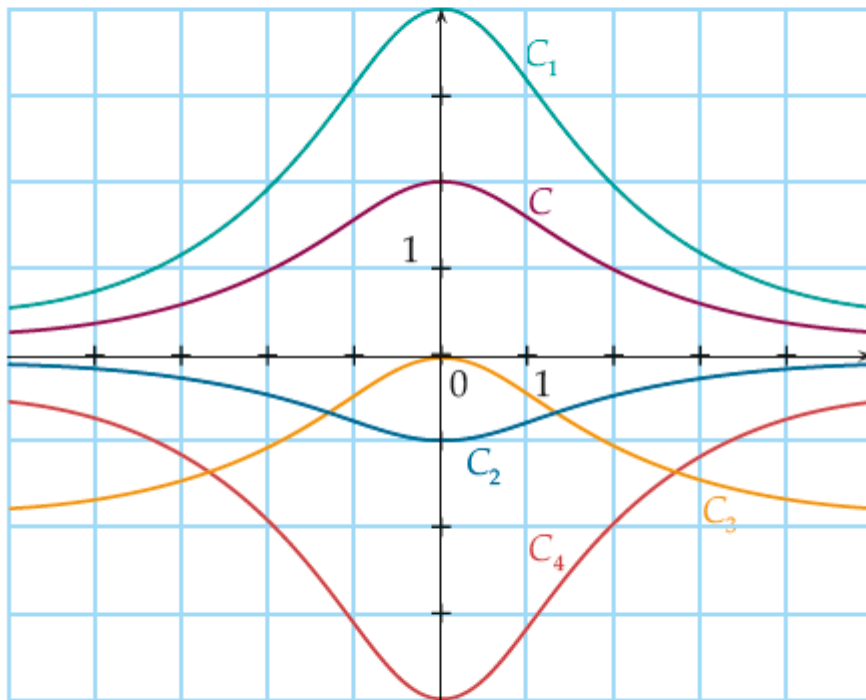
On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1 ; 5]$.



Reproduire le graphique et représenter les fonctions :
 $f + 2$; $\frac{1}{2}f$ et $-2f$.

Exercice 20 : associer à chaque courbe la bonne fonction.

On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction u , ainsi que quatre courbes représentant des fonctions du type $u + k$ ou ku .



Associer à chaque courbe \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 et \mathcal{C}_4 la fonction déduite de u .

Exercice 21 : qCM sur les fonctions de référence.

L'inéquation $|x+2| < 5$ a pour ensemble de solutions :

- a** $\{-7; 3\}$ **c** $]-\infty; -7[\cup]3; +\infty[$
b $] -7; 3[$ **d** $] -3; 7[$

Une forme factorisée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 12 - 3(x+1)^2$ est :

- a** $3(3-x)(x+3)$ **c** $3(5-x)(x+5)$
b $3(3-x)(x+5)$ **d** $-3(x-1)(x+3)$

Exercice 22 : qCM sur les fonctions carrées.

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -5 - (x-1)^2$ est :

- a** croissante sur $]-\infty; 1]$
b décroissante sur $]-\infty; 1]$
c croissante sur $]-\infty; -5]$
d décroissante sur $]-\infty; -5]$

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2(5-x)(-x-1)$ est positive sur :

- a** $]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$ **c** $[-1; 5]$
b $]-\infty; -1] \cup [5; +\infty[$ **d** $[1; 5]$

Exercice 23 : qCM sur la valeur absolue et la fonction carrée.

La réunion d'intervalles $]-\infty ; -3] \cup [5 ; +\infty[$ est l'ensemble des solutions de :

- a** $|x-1| \geq 4$ **c** $|1-x| \geq 4$
b $|x-1| \leq 4$ **d** $|x+1| \leq 4$

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$ admet pour expression :

- a** $-2(x+3)(x-1)$ **c** $-2(x+1)^2 + 8$
b $2(x+3)(1-x)$ **d** $-2(x-1)^2 + 8$

La courbe d'une fonction $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ est au-dessus de l'axe des abscisses. Donc :

- a** $a > 0$ **c** $c > 0$
b $a < 0$ **d** $c < 0$

Exercice 24 : qCM sur les courbes représentatives.



Exercice 25 : valeur absolue et calculs.



Exercice 26 : associe chaque courbe à sa fonction.



Exercice 27 : fonctions polynômes du second degré.



Exercice 28 : inéquations et valeurs absolues.



Exercice 29 : algorithmes de calculs et fonctions.



Exercice 30 : valeurs absolues et propriétés.



Exercice 31 : tracer des courbes de fonctions.



Exercice 32 : compléter le tableau de valeurs.



Exercice 33 : etude d'une parabole.



Exercice 34 : affirmations vraies ou fausses.



Exercice 35 : etude d'une fonction.



Exercice 36 : positions relatives de deux courbes.

