Exercices sur vecteurs .

Exercice 1 : démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

ABC est un triangle.

I est un point du côté [AB] distinct de B et J un point du côté [BC].

a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{BI}$.

b) Les points E et F sont les symétriques respectifs des points J et D par rapport au point C.

Démontrer que le quadrilatère BIEF est un parallélogramme.

Exercice 2 : démontrer que des droites sont parallèles.

ABC est un triangle.

a) Placer les points D, E, F et G tels que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$ et tels que les segments [AG] et [BF] ont le même milieu C.

b) Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EF}$.

Que peut-on en déduire pour les droites (AG) et (EF) ?

c) Démontrer que les droites (BF) et (DG) sont parallèles.

d) Démontrer que les droites (AF) et (BG) sont parallèles.

Exercice 3 : vecteurs égaux dans un parallélogramme.

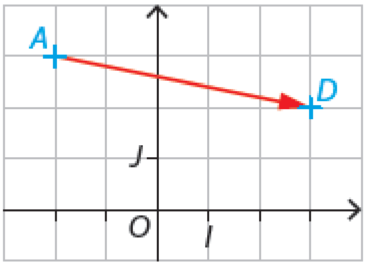
ABCD est un parallélogramme.

I est le symétrique de B par rapport à A et J est le symétrique de D par rapport à C.

a) Citer des vecteurs égaux de cette figure.

b) En déduire que AICJ est un parallélogramme.

Exercice 4 : les coordonnées du vecteur.



Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AD}$ dans le repère (O, I, J) sont :

a. $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Exercice 5 : calculer les coordonnées du vecteur.

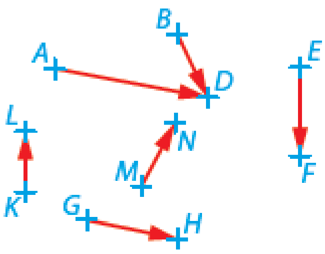
Dans un repère orthonormé, le point A a pour coordonnées $(3 ; -2)$ et le point $B(2 ; 4)$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$ sont :

a. $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

Exercice 6 : les vecteurs colinéaires.



Les vecteurs qui semblent colinéaires sont :

a. $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{GH}$ **b.** $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{KL}$

c. $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{RD}$ **d.** $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{GH}$

Exercice 7 : conditions pour des vecteurs colinéaires.

Soit $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 4{,}5 \\ y \end{pmatrix}$.

Pour que ces deux vecteurs soient colinéaires, il faut :

a. $y = -5$

b. $y = 3$

c. $y = -3$

d. $y = 0{,}5$

Exercice 8 : simplifier des écritures vectorielles.

Écrire le plus simplement possible.

1) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$
2) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$
3) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$
4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$
5) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
6) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

Écrire le plus simplement possible.

1) $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}$
2) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BD}$
3) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}$
4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DB}$
5) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{EM} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{EC}$
6) $-\overrightarrow{AU} + \overrightarrow{SH} - \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{MU}$

Exercice 9 : vecteur et coordonnées.

Soit $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Le vecteur $3\vec{u} - 2\vec{v}$ a pour coordonnées :

a. $\begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix} -15 \\ 24 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -21 \\ -34 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} -21 \\ -14 \end{pmatrix}$

Exercice 10 : parallélogramme et égalités.

Si $ABCD$ est un parallélogramme, les égalités vraies sont :

a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

b. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

c. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

d. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Exercice 11 : calculer les coordonnées d'un point.

Si, dans un repère, on a $A(-2\,;3)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

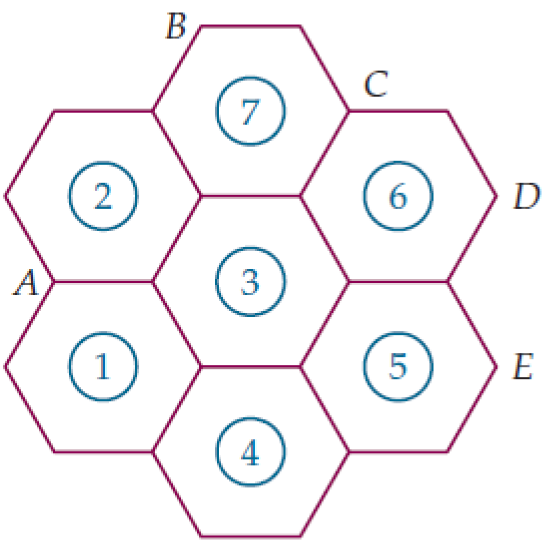
Alors B a pour coordonnées :

a. $(2\,;0)$ **b.** $(6\,;-6)$

c. $(-6\,;6)$ **d.** $(6\,;0)$

Exercice 12 : hexagone régulier et vecteurs.

La figure ci-dessous représente sept hexagones réguliers et numérotés.



Déterminer l'image :

1) de l'hexagone 1 dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$;

2) de l'hexagone 4 dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;

3) de l'hexagone 7 dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.

Exercice 13 : calculer les coordonnées de ce vecteur.

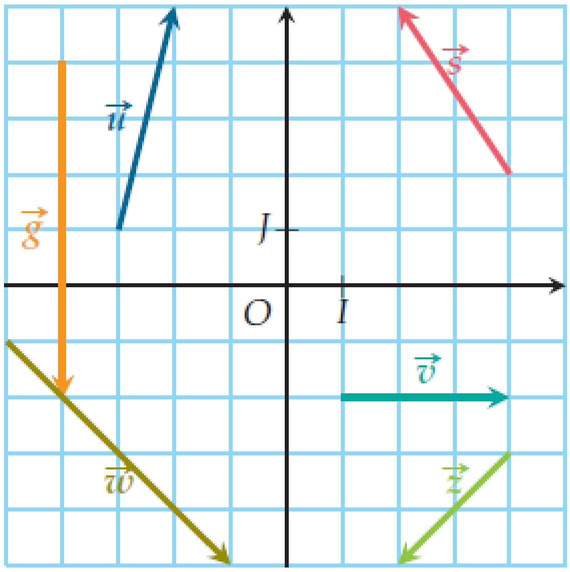
Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour :

1) $A(2;5)$ et $B(6;7)$;
2) $A(-1;2)$ et $B(-2;-3)$.

Exercice 14 : coordonnées de vecteurs dans un repère.

Lire les coordonnées des vecteurs.

1) $\vec{u}$
2) $\vec{v}$
3) $\vec{w}$
4) $\vec{s}$
5) $\vec{z}$
6) $\vec{g}$

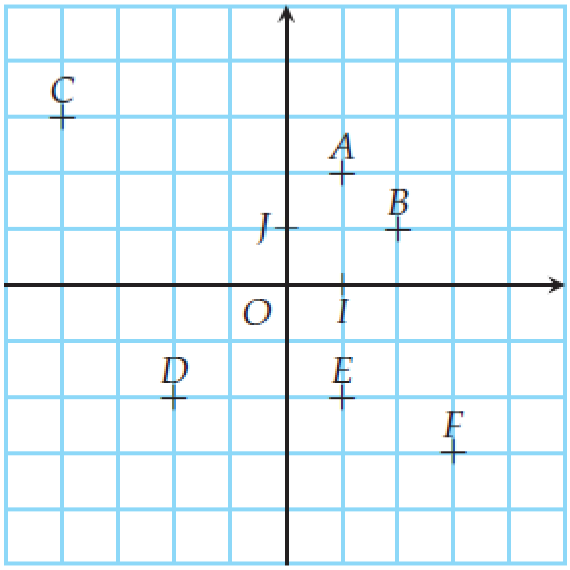


Exercice 15 : les coordonnées des points et des vecteurs.

Lire les coordonnées des points et des vecteurs.

1) A 3) $\overrightarrow{OC}$ 5) $\overrightarrow{FC}$

2) B 4) $\overrightarrow{AE}$ 6) $\overrightarrow{DO}$



Exercice 16 : calculer les coordonnées des vecteurs.

Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, celles du point $A(5;2)$.
Calculer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

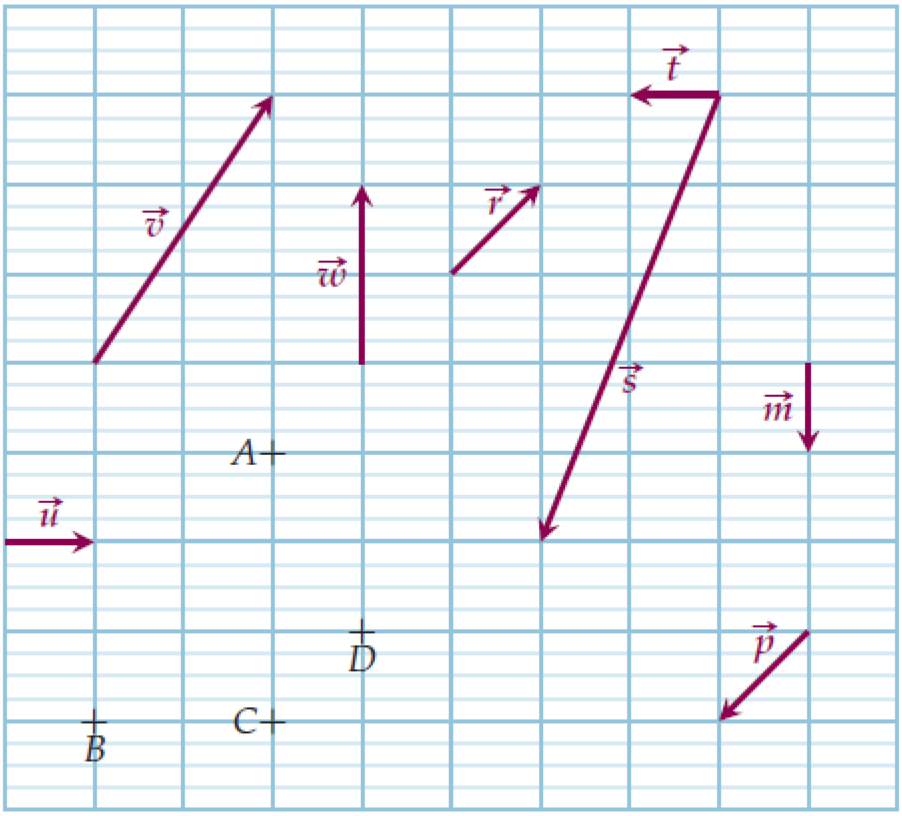
Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ sont $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$, celles du point $A(1;-2)$.
Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{CA} = \vec{v}$.

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $K(-2;-3)$, $L(3;-4)$ et $M(-1;5)$.
Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM}$?

Exercice 17 : opposé des vecteurs et égalités.

À partir de la figure ci-dessous, citer un vecteur :

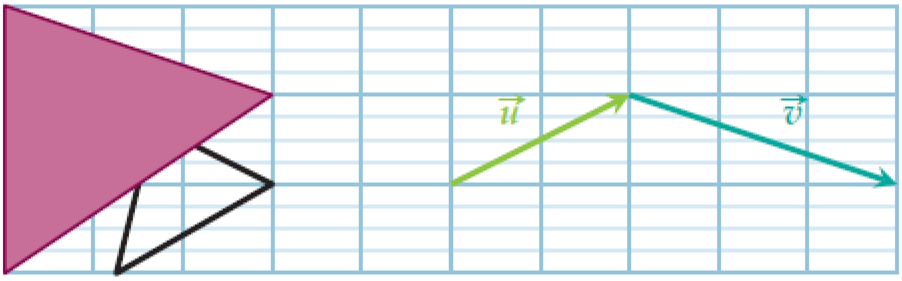
1) opposé à $\overrightarrow{CD}$;
2) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$;
3) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire ;
4) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.



Exercice 18 : un deltaplane se déplace suivant la translation.

Un deltaplane se déplace suivant la translation de vecteur $\vec{u}$ puis celle de vecteur $\vec{v}$.

1) Reproduire la figure ci-dessous.
2) Construire l'image du nouveau deltaplane dans sa position finale.



Exercice 19 : compléter les égalités vectorielles.

Compléter les égalités en n'utilisant que les points de la figure ci-dessous.

1) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\ldots A} + \overrightarrow{A \ldots}$

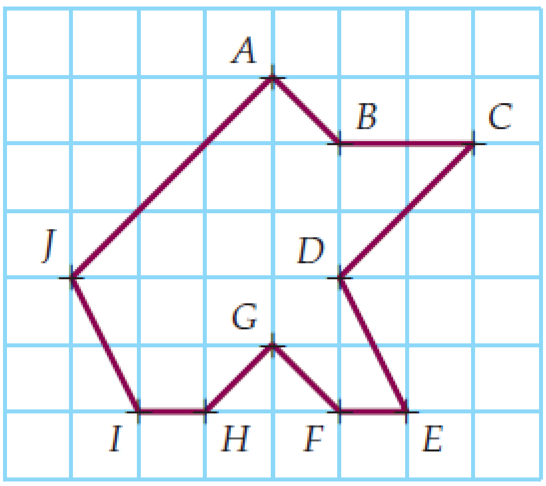
2) $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\ldots\quad} = \overrightarrow{HF}$

3) $\overrightarrow{D\ldots} + \overrightarrow{C\ldots} = \overrightarrow{\ldots B}$

4) $\overrightarrow{E\ldots} + \overrightarrow{\ldots E} = \overrightarrow{\ldots\quad}$

5) $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{A\ldots} + \overrightarrow{B\ldots} + \overrightarrow{CM}$

6) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{\ldots\quad} = \vec{0}$



Exercice 20 : construire des vecteurs dans un repère.

Reproduire la figure ci-dessous et construire les vecteurs suivants.

1) $\vec{u_1} = \vec{w} - \vec{r}$

2) $\vec{u_2} = \vec{r} - \vec{v}$

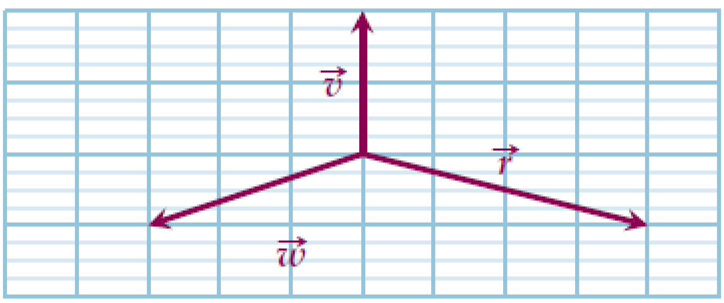
3) $\vec{u_3} = \vec{v} - \vec{w}$

4) $\vec{u_4} = \vec{r} - \vec{w}$

5) $\vec{u_5} = \vec{v} - \vec{r}$

6) $\vec{u_6} = \vec{w} - \vec{r}$

7) Quelles remarques peut-on faire ?



Exercice 21 : construire un représentant avec son extrémité.

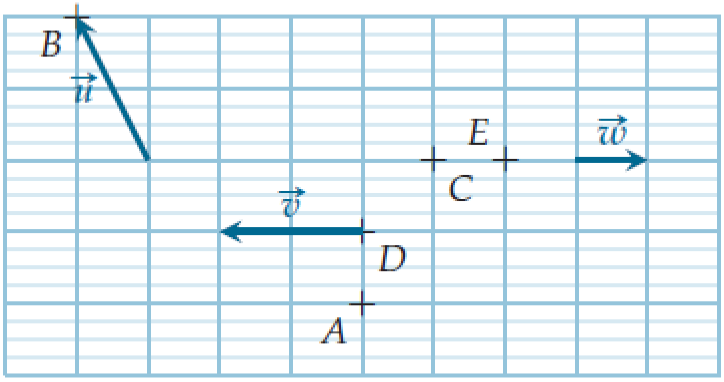
Reproduire la figure ci-dessous.

On considère les vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u_1} = \vec{u} - \overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{u_2} = \vec{v} - \overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{u_3} = \vec{w} - \overrightarrow{DE}$

Construire un représentant de :

1) $\overrightarrow{u_1}$ d'origine E ;
2) $\overrightarrow{u_2}$ d'origine A ;
3) $\overrightarrow{u_3}$ d'origine C ;
4) $\overrightarrow{u_1}$ d'extrémité C ;
5) $\overrightarrow{u_2}$ d'extrémité E ;
6) $\overrightarrow{u_3}$ d'extrémité A.



Exercice 22 : calculer des coordonnées et tracer un représentant.

Construire un repère $(O; I, J)$ orthogonal.

1) Placer le point $A(-3;4)$.
2) Construire un représentant du vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.
3) Placer les points B et C tels que :
   - $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$
   - $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$
4) Calculer les coordonnées des points B et C.
5) Que peut-on dire du point A ? Justifier.

Exercice 23 : somme de vecteurs.

Le plan est muni d'un repère $(O; I, J)$.

1) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

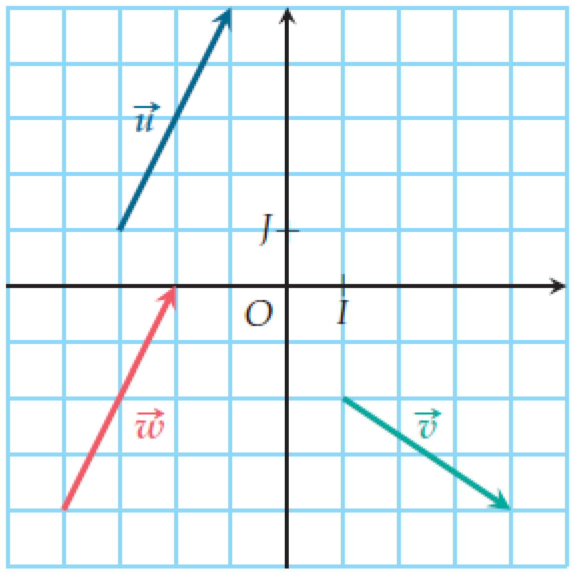
2) Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{u} - \vec{v}$

c) $\vec{u} + \vec{w}$

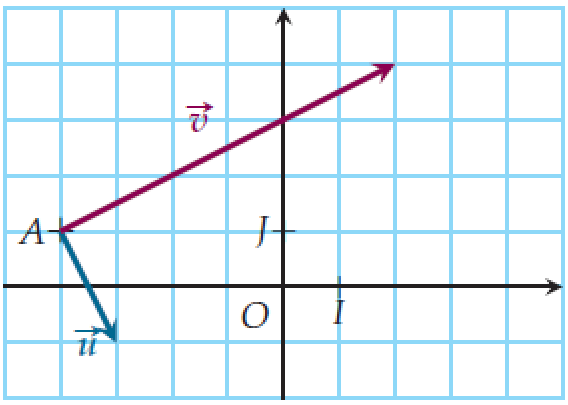
d) $\vec{u} - \vec{w}$



Exercice 24 : lire les coordonnées d'une somme de vecteurs.

Reproduire la figure suivante et placer le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$.

Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Exercice 25 : déterminer si des vecteurs sont colinéaires.

Dans le plan muni d'un repère, les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

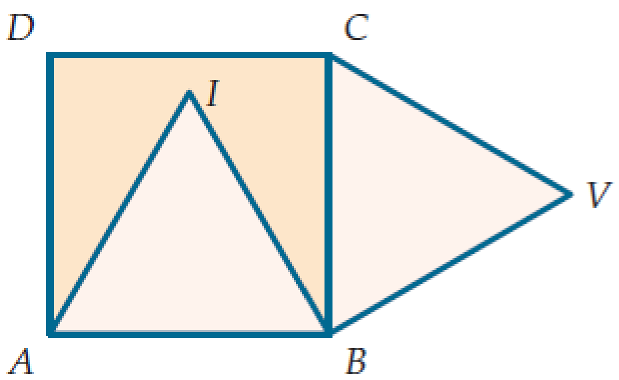
1) $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -4,5 \end{pmatrix}$

2) $\vec{s}\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}$

3) $\vec{w}\begin{pmatrix} -1,5 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$

Exercice 26 : carré et triangles équilatéraux.

Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV.



1) Construire la figure en vraie grandeur.

On se place dans le repère $(A; B, D)$.

2) Calculer les coordonnées des points I et V.

3) Démontrer que les points D, I et V sont alignés.

Exercice 27 : algorithme et vecteurs colinéaires.

On considère l'algorithme ci-dessous qui vérifie si deux vecteurs $\vec{u}(a;b)$ et $\vec{v}(c;d)$ sont colinéaires.

```
1.  Liste des variables utilisées
2.     a,b,c,d : nombres
3.  Entrées
4.     Demander a, b, c, d
5.  Traitements
6.     Si ··· Alors
7.        Afficher ('colinéaires')
8.     Sinon
9.        Afficher ('non colinéaires')
10.    Fin Si
```

1) Compléter la ligne 6.

2) Modifier l'algorithme précédent pour qu'il décide si 3 points sont alignés à partir de leurs coordonnées.

3) Les points suivants sont-ils alignés ?

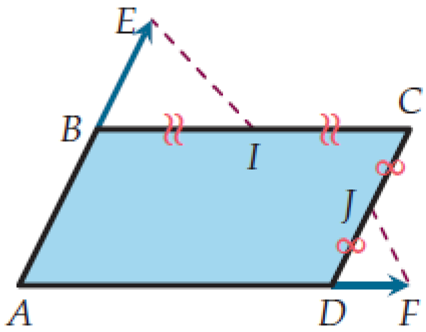
a) $A(2;-7)$, $B(-2;3)$ et $C(1;-7,5)$

b) $J(0;1)$, $K\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $L\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

Exercice 28 : déterminer une relation entre a et b.

Soit $ABCD$ un parallélogramme. I est le milieu de $[BC]$ et J celui de $[DC]$. a et b sont deux nombres réels et on considère les points E et F définis par

- $\overrightarrow{BE} = a\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{DF} = b\overrightarrow{AD}$



On se place dans le repère $(A; D, B)$.

1) Calculer en fonction de a et de b :

   a) les coordonnées des points E et F ;

   b) les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{JF}$.

2) Établir une relation entre a et b afin que les droites (EI) et (FJ) soient parallèles.

Exercice 29 : vecteurs égaux ou pas ?.

Indiquer à chaque fois si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

1. $A(5 ; -3)$, $B(8 ; 4)$, $C(0 ; 5)$ et $D(3 ; 12)$
2. $A(10 ; 20)$, $B(30 ; 40)$, $C(50 ; 60)$ et $D(70 ; 80)$
3. $A(-5 ; 4)$, $B(-6 ; 7)$, $C(1 ; 4)$ et $D(2 ; 1)$
4. $A(1 ; 2)$, $B(3 ; 4)$, $C(5 ; 6)$ et $D(7 ; -8)$

Exercice 30 : calculer les coordonnées.

Calculer les coordonnées de $D(x\,;y)$, où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$, sachant que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x-5 \\ y+6 \end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -12 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix}$

3. $A(-5\,;-2)$, $B(-4\,;2)$ et $C(1\,;5)$

Exercice 31 : coordonnées et norme.

x et y sont deux nombres réels.

1. Calculer les coordonnées de $T(x\,;y)$ sachant que les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{TU}$ sont égaux.

a. $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TU}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$

b. $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 10 \\ -12 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TU}\begin{pmatrix} -10-x \\ -4-y \end{pmatrix}$

c. $R(-5\,;-2)$, $S(-4\,;2)$ et $U(1\,;5)$

2. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{RS}$ à chaque fois.

Exercice 32 : un parallélogramme.

On considère les trois points suivants : $R(10\,;15)$, $S(-20\,;9)$ et $T(4\,;-6)$.

1. Calculer les coordonnées du point $U(x_U\,;y_U)$ tel que RSTU soit un parallélogramme.

2. Calculer les coordonnées du point $V(x_V\,;y_V)$ tel que RTSV soit un parallélogramme.

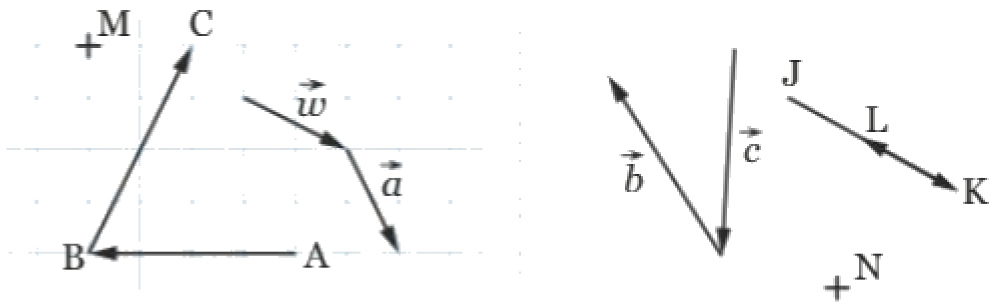
Exercice 33 : image et translation.

Exercice 34 : des triangles équilatéraux.

Exercice 35 : translation et parallélogramme.

Exercice 36 : somme de vecteurs.

On considère les figures suivantes.



1. Reproduire les figures.

2. Tracer les vecteurs :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$, $\vec{w}+\vec{a}$, $\vec{b}+\vec{c}$, $\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{KL}$.

3. Placer les points P , R , S et T tels que :

a. $\overrightarrow{MR}$ soit égal au vecteur $\vec{w}+\vec{a}$.

b. $\overrightarrow{NS}$ soit égal au vecteur somme $\vec{b}+\vec{c}$.

c. $\overrightarrow{NT}$ soit égal au vecteur somme $\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{KL}$.

Exercice 37 : tracer la somme de vecteurs.

Exercice 38 : représenter des vecteurs.

Exercice 39 : calculer la valeur de x et de y.

Exercice 40 : coordonnées d'un vecteur somme.

Exercice 41 : quelle est la nature du quadrilatère ?.

Exercice 42 : vecteurs colinéaires.

Exercice 43 : coordonnées et vecteurs colinéaires.

Exercice 44 : quels vecteurs sont colinéaires ?.

Exercice 45 : déterminer le réel a pour que les vecteurs soient colinéaires.